

УДК 541.64:536.6

## О РОЛИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ АВТОКОЛЕБАНИЙ В ПОЛИЭТИЛЕНТЕРЕФТАЛАТЕ<sup>1</sup>

© 2005 г. С. Л. Баженов\*, Ю. А. Родионова\*\*, А. С. Кечекьян\*, А. К. Рогозинский\*

\*Институт синтетических полимерных материалов  
им. Н.С. Ениколопова Российской академии наук  
117393 Москва, Профсоюзная ул., 70

\*\*Московский педагогический государственный университет  
119992 Москва, М. Пироговская ул., 1

Поступила в редакцию 19.05.2004 г.  
Принята в печать 02.02.2005 г.

Решена задача о распределении температуры перед фронтом распространяющейся шейки. Для возбуждения колебаний образец должен быть достаточно длинным, чтобы накопить энергию упругой деформации, необходимую для разогрева некоторой области перед фронтом шейки. Длина этой зоны определяется теплопроводностью материала. Сделано предположение, что колебания являются сложным процессом, включающим не только колебания растягивающей силы, температуры и скорости растяжения, но и колебания теплопроводности вследствие периодического появления пор. Критическая длина образца при возбуждении колебаний пропорциональна теплопроводности материала и обратно пропорциональна скорости растяжения.

### ВВЕДЕНИЕ

При растяжении полимеров иногда возникает колебательный режим распространения шейки, состоящий в периодическом изменении растягивающей силы, скорости распространения и температуры переходной зоны между шейкой и неориентированной частью образца [1, 2]. Наличие колебаний температуры было установлено нанесением на поверхность образца легкоплавких порошков, которые плавились в областях, соответствующих скачкам фронта шейки. В ПЭТФ температура переходной зоны может достигать 120–140°C [3]. Разогрев регистрировался и ИК-камерой, создающей тепловое изображение объекта [4].

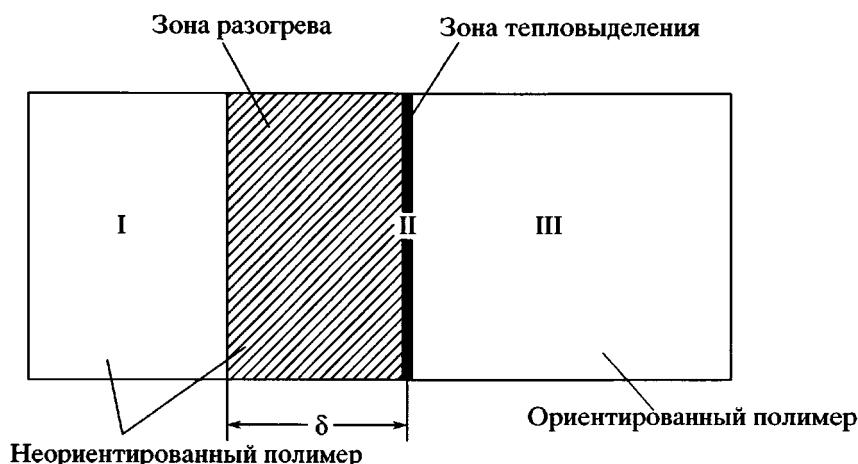
Увеличение температуры полимера обусловлено переходом в тепло механической работы, совершаемой при удлинении образца [3]. Механическая работа практически целиком обращается в тепло в узкой зоне, где наблюдается переход неориентированного полимера в шейку. Доля переходящей в тепло работы варьируется в пределах 60–112% в зависимости от типа полимера и скоро-

сти растяжения, причем типичное значение этой величины равно 80% [5].

В коротких образцах автоколебания возникают не сразу после образования шейки, а в процессе вытяжки после достижения некоторой критической длины [3], которая зависит от типа полимера и скорости растяжения. Критическая длина изменяется в интервале от 5 мм для ПЭТФ до 7–9 м для ПЭВП [6]. Первая попытка создания теории обсуждаемого явления была предпринята Баренблаттом [7], использовавшим идею Колмогорова о возможной неустойчивости решения системы дифференциальных уравнений, описывающих изменение численности популяций волков и зайцев в биосистеме “хищник–жертва”. Баренблatt предложил модель, согласно которой переход полимера в шейку происходит в узкой зоне, длина которой не зависит от растягивающей силы, скорости растяжения и температуры. В рамках этой модели были выведены два нелинейных дифференциальных уравнения первого порядка, описывающих изменение температуры и растягивающего напряжения во времени. Анализ уравнений показал, что при малой длине образца шейка должна распространяться с постоянной скоростью, а при большой длине появляются колебания. Этот подход был доведен до аналитиче-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 04-03-32764).

E-mail: Bazhenov@ispn.ru (Баженов Сергей Леонидович).



**Рис. 1.** Модель переходной зоны: I – неориентированный полимер, II – зона тепловыделения, III – шейка.

ского решения в работе [8]. При очень большой длине образца условие возбуждения сводится к критерию механической неустойчивости Давиденкова [9]

$$d\sigma/dv < 0, \quad (1)$$

где  $\sigma$  – предел текучести,  $v$  – скорость растяжения.

Согласно выражению (1), возникновение колебаний является следствием аномальной скоростной зависимости предела текучести. Экспериментальная проверка развитой теории выявила ряд противоречий с теорией [10]: 1) при больших скоростях растяжения (выше 200 мм/мин) в ПЭТФ колебания возникают, несмотря на невыполнение критерия (1); 2) возбуждение колебаний носит так называемый жесткий характер; иными словами, они возбуждаются тем раньше, чем сильнее система выведена из положения равновесия; 3) при сравнительно невысоких скоростях растяжения были обнаружены колебания малой амплитуды, а возбуждение “обычных” колебаний большой амплитуды обусловлено не появлением неустойчивости, а изменением моды колебаний; 4) критическая длина, при которой появляются колебания, значительно увеличивается, если отжигом ПЭТФ удается подавить появление деформационных полос сдвига.

Предположив, что тепловыделение происходит в пренебрежимо тонкой области, Toda вывел уравнение, описывающее распределение температуры вблизи переходной области и аналогичное уравнению теплопроводности в набегающем

потоке [11]. Цель настоящей работы состоит в стационарном решении этого уравнения для объяснения экспериментальных наблюдений.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Испытывали плоские образцы в виде полосок, вырезанных из пленки аморфного ПЭТФ толщиной 60, 170, 270 и 480 мкм. Как правило, образцы имели вид прямоугольных полосок шириной 5 мм и длиной 20–50 мм. В одном из экспериментов ширину образцов изменяли в пределах 1–15 мм. Перед растяжением образец несколько раз перегибали по толщине для инициации образования шейки в рабочей части.

Растяжение образцов осуществляли в универсальной испытательной машине “Autograph” фирмы “Shimadzu”, снабженной компьютером для регистрации результатов измерений. Частота опроса составляла 20 с<sup>-1</sup>. Растягивающее напряжение рассчитывали на исходное недеформированное сечение образца.

## ТЕОРИЯ

Рассмотрим модель, представленную на рис. 1 и являющуюся развитием модели Баренблатта [7]. Предположим, что между неориентированной частью образца (область I) и шейкой (область III) располагается узкая зона II, в которой происходит ориентация полимера и выделяется тепло. Зона тепловыделения считается бесконечно тонкой. Тепло из нее уходит как в неориентированный полимер (I), так и в шейку (III). В нео-

риентированном материале (I) штриховкой выделена зона длиной  $\delta$ , в которой температура повышена из-за теплопроводности материала. Зона тепловыделения считается малой по сравнению с зоной разогрева. Уменьшением толщины шейки по сравнению с неориентированной частью образца пренебрежем. Систему координат выберем так, чтобы в ней зона тепловыделения была неподвижной, а начало системы координат совпадало с этой зоной. В областях I и III температура образца опишется уравнением Toda [11]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + u \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{2\beta(T - T_0)}{\rho ch} \quad (2)$$

Здесь  $T$  и  $T_0$  – температура полимера и окружающей среды соответственно,  $a = \sqrt{\frac{k}{C\rho}}$ ,  $k$  – коэффициент теплопроводности,  $\rho$  – плотность,  $C$  – теплоемкость полимера,  $u$  – скорость фронта шейки,  $\beta$  – коэффициент теплообмена с внешней средой (теплоотдача считается пропорциональной разности температур  $T - T_0$  и площади поверхности),  $h$  – толщина образца,  $x$  – направление распространения шейки.

Уравнение (2) представляет собой уравнение теплопроводности в набегающем потоке, в котором второе слагаемое в правой части описывает поступление холодного неориентированного полимера, а третье слагаемое – теплоотвод во внешнюю среду.

Границные условия состоят в равенстве температур полимера и окружающей среды на большом удалении от переходной зоны:

$$\begin{aligned} T|_{x \rightarrow -\infty} &= T_0 & T|_{x \rightarrow +\infty} &= T_0 \\ T|_{x \rightarrow -0} &= T|_{x \rightarrow +0} \end{aligned} \quad (3)$$

Тепловыделение учитывается в виде разрыва производной в бесконечно тонкой плоскости тепловыделения (II):

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x \rightarrow -0} - \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x \rightarrow +0} = \frac{\sigma u(\lambda - 1)}{k} \quad (4)$$

( $\lambda$  – степень вытяжки полимера в шейке,  $\sigma$  – растягивающее напряжение, координата зоны тепловыделения  $x = 0$ ).

Найдем стационарное решение уравнений (2)–(4), соответствующее распространению шейки с постоянной скоростью (при отсутствии колебаний), когда  $\partial T / \partial t = 0$ . Заменой переменных ( $\theta = T - T_0$ ) уравнение (2) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + p \frac{d\theta}{dx} - q\theta = 0 \quad (5)$$

( $p = \frac{u\rho c}{k}$ ,  $q = \frac{2\beta}{kh}$ ). Границные условия (3):  $\theta \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow +\infty$  и  $x \rightarrow -\infty$ ;  $\theta|_{x \rightarrow -0} = \theta|_{x \rightarrow +0}$ . Решение уравнения (5) имеет вид

$$\theta = \theta_0 \exp(-\gamma x), \quad (6)$$

где  $\theta_0$  – константа интегрирования, которая будет определена ниже, а показатель экспоненты  $\gamma$  является решением характеристического уравнения  $\gamma^2 - p\gamma - q = 0$ :

$$\gamma_{1,2} = \frac{u\rho c}{2k} \pm \sqrt{\frac{u^2 \rho^2 C^2}{4k^2} + \frac{2\beta}{kh}} \quad (7)$$

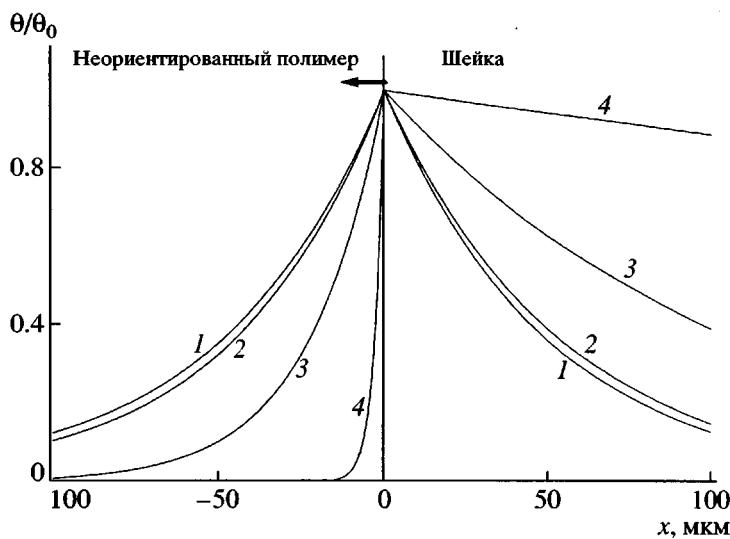
Для выполнения граничных условий показатель экспоненты  $\gamma$  должен быть больше нуля при  $x < 0$ , что соответствует зоне разогрева в неориентированной части полимера перед фронтом шейки. Напротив, при  $x > 0$  (в оставляющей шейке) он должен быть меньше нуля. Таким образом, при  $x < 0$  имеем

$$\theta = \theta_0 \exp \left[ \left( \frac{u\rho C}{2k} + \sqrt{\frac{u^2 \rho^2 C^2}{4k^2} + \frac{2\beta}{kh}} \right) x \right] \quad (8a)$$

При  $x < 0$

$$\theta = \theta_0 \exp \left[ \left( \frac{u\rho C}{2k} - \sqrt{\frac{u^2 \rho^2 C^2}{4k^2} + \frac{2\beta}{kh}} \right) x \right] \quad (8b)$$

На рис. 2 приведены результаты расчета относительной температуры  $\theta(x)/\theta_0$  вблизи фронта шейки для четырех скоростей растяжения  $v$ . Скорость распространения шейки  $u$  связана со скоростью растяжения формулой  $u = v/(\lambda - 1)$  [8]. При расчетах использовали следующие значения: коэффициент теплопроводности ПЭТФ  $k = 0.14$  Вт/м К, теплоемкость  $C = 1300$  Дж/К кг, плотность  $\rho = 1332$  кг/м<sup>3</sup> [12]. Толщину пленки  $h$



**Рис. 2.** Расчет величины разогрева  $\theta/\theta_0$  по длине  $x$  для образца ПЭТФ толщиной 170 мкм при скоростях растяжения 1 (1), 10 (2), 100 (3) и 1000 мм/мин (4). Стрелкой обозначено направление движения фронта шейки.

полагали равной 170 мкм, коэффициент теплоотдачи  $\beta = 50$  Вт/м<sup>2</sup> К, степень удлинения в шейке  $\lambda = 6$ . При малых скоростях растяжения (1 и 10 мм/мин) распределения температуры симметричны относительно плоскости тепловыделения и практически не зависят от скорости растяжения. При увеличении скорости растяжения распределение температуры становится несимметричным, и длина области разогрева уменьшается (в неориентированной области).

Формулы (8а) и (8б) упрощаются в двух асимптотических случаях – для высоких и низких скоростей растяжения, когда выполняются неравенства  $(\mu\rho C/2k)^2 \gg 2\beta/kh$  и  $(\mu\rho C/2k)^2 \ll 2\beta/kh$  соответственно. В асимптотике высоких скоростей распределение температуры является несимметричным, и в области разогрева неориентированного полимера распределение описывается экспонентой с показателем

$$\gamma = \mu\rho C/k \quad (9)$$

Аналогично в случае низких скоростей растяжения имеем

$$\gamma = \sqrt{\frac{2\beta}{kh}} \quad (10)$$

Формулу (6) можно записать в виде  $\theta = \theta_0 \exp(-\gamma x) = \theta_0 \exp(-x/\delta)$ , где  $\delta = 1/\gamma$ . На расстоянии  $\delta$  от зоны тепловыделения величина разогрева уменьшает-

ся в  $e$  раз. Таким образом, величину  $\delta$  можно отождествить с размером зоны разогрева неориентированного полимера на рис. 1, в которую выносится тепло:

$$\delta = 1/\gamma = \frac{1}{\frac{\mu\rho C}{2k} + \sqrt{\frac{\mu^2 \rho^2 C^2}{4k^2} + \frac{2\beta}{kh}}} \quad (11)$$

Для высоких скоростей растяжения это выражение упрощается:

$$\delta = 1/\gamma = \frac{k}{\mu\rho C} \quad (12)$$

При быстром растяжении размер зоны разогрева перед фронтом шейки обратно пропорционален скорости растяжения и прямо пропорционален теплопроводности (12). Размер зоны ограничивается набеганием на нее холодного неориентированного полимера, из-за чего тепло не успевает уйти далеко от плоскости тепловыделения. При низких скоростях растяжения, когда выполняется неравенство  $(\mu\rho C/2k)^2 \ll 2\beta/kh$ , получаем  $\delta = \sqrt{\frac{kh}{2\beta}}$ . В этом случае распределение температуры не зависит от скорости растяжения, а размер зоны разогрева определяется коэффициентом теплоотдачи во внешнюю среду. Переход

от "высоких" к "низким" скоростям растяжения соответствует равенству  $(\rho C/2k)^2 = 2\beta/kh$ :

$$u^* = \frac{1}{\rho C} \sqrt{\frac{8\beta k}{h}} \quad (13)$$

Для образца ПЭТФ толщиной 170 мкм  $u^* = 23$  мм/мин. При  $u \gg u^*$  размер зоны разогрева  $\delta$  определяется теплопроводностью полимера и не зависит от коэффициента теплоотдачи во внешнюю среду и толщины образца (12).

Определим величину максимального разогрева  $\theta_0$  в зоне тепловыделения. С учетом уравнений (4), (6) и (8) при  $x = 0$  получаем

$$\theta_0 = \frac{\sigma V}{\sqrt{\rho^2 C^2 V^2 + \frac{8\beta k}{h}}} \quad (14)$$

Для сравнения теории с экспериментом были получены зависимости напряжения вытяжки от скорости растяжения при различной толщине пленки ПЭТФ.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

На рис. 3 представлена зависимость напряжения вытяжки шейки  $\sigma$  пленок ПЭТФ различной толщины от логарифма скорости растяжения  $v$ . Чтобы избежать появления колебаний, испытывали короткие образцы длиной 15 мм. При малых и больших скоростях  $\sigma$  возрастает. При промежуточных скоростях напряжение снижается, что соответствует области выполнения критерия (1) для автоколебательного режима деформирования. Поскольку напряжение вытяжки  $\sigma$  зависит от скорости растяжения и температуры полимера, область выполнимости критерия (1) на рис. 3 сдвигается при изменении толщины образца. Согласно уравнению (14), она должна зависеть и от теплоотдачи на границе с внешней средой (воздухом или жидкостью).

При уменьшении толщины образцов положение кривых сдвигается в сторону более высоких скоростей и более высоких напряжений. Для описания экспериментальных результатов предполо-

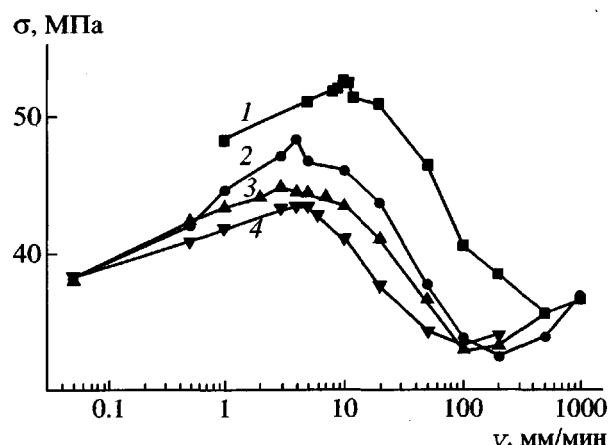


Рис. 3. Зависимость напряжения вытяжки шейки ПЭТФ  $\sigma$  от скорости растяжения  $v$ . Толщина образцов 0.06 (1), 0.17 (2), 0.27 (3) и 0.48 мм (4).

жим, что скорость пластической деформации полимера описывается уравнением Эйринга

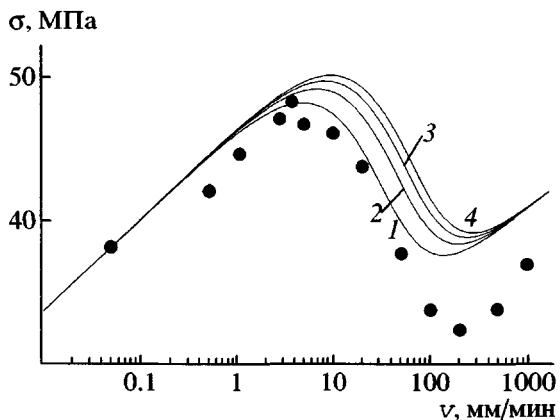
$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 \exp\left(-\frac{U - a\sigma}{RT}\right), \quad (15)$$

где константа  $\dot{\epsilon}_0$  имеет порядок частоты атомных колебаний, т.е.  $\approx 10^{13}$ ,  $U$  — энергия активации процесса пластического течения,  $a$  — свободный объем,  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — температура. Логарифмирование этого уравнения позволяет определить зависимость напряжения вытяжки от скорости растяжения

$$\sigma = -qT + \frac{U}{a} + \frac{RT}{a} \ln \dot{\epsilon} \quad (16)$$

$(q = -\frac{R}{a} \ln \dot{\epsilon}_0)$ . Согласно выражению (16), напряжение вытяжки линейно снижается при повышении температуры и логарифмически возрастает при увеличении скорости растяжения. Отметим, что резкое снижение напряжения вытяжки вблизи температуры стеклования уравнение (16) не описывает.

При определении параметров уравнения Эйринга полагали, что напряжение  $\sigma = 38.26$  и  $48.38$  МПа при скорости растяжения  $v = 0.05$  и  $4$  мм/мин соответственно. Эти значения взяты из рис. 3 (кривая 2). Скорость движения фронта шейки  $v$  полагали равной  $\dot{\epsilon}d$ , где  $d$  — длина переходной зоны. Величину  $d$  считали равной толщине



**Рис. 4.** Зависимость напряжения вытяжки шейки  $\sigma$  от скорости растяжения  $v$  для ПЭТФ толщиной 170 мкм при  $\beta = 25$  (1), 50 (2), 75 (3) и 100 Вт/м<sup>2</sup> К (4).

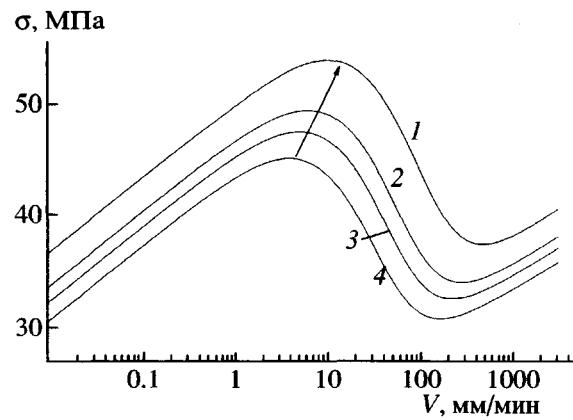
пленки 170 мкм. Расчеты проводили при значениях коэффициента теплопроводности  $k = 0.14$  Вт/м К, теплоемкости  $C = 1300$  Дж/К кг, плотности  $\rho = 1332$  кг/м<sup>3</sup> [12]. Считая коэффициент теплоотдачи равным  $\beta = 50$  Вт/м<sup>2</sup> К и удлинение в шейке  $\lambda = 6$ , получили  $a = 8.412 \times 10^{-4}$  м<sup>3</sup>/моль и  $U = 122 \times 10^3$  Дж/моль.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

### Напряжение вытяжки

Зависимости напряжения вытяжки  $\sigma$  от скорости растяжения  $v$  (формулы (14) и (16)) для пленки ПЭТФ при значениях коэффициента теплоотдачи  $\beta = 25, 50, 75$  и  $100$  Вт/м<sup>2</sup> К представлены на рис. 4. Здесь же приведены экспериментальные данные. Согласие эксперимента и теории является полуколичественным.

Отметим, что теоретические кривые рассчитывали, исходя лишь из экспериментального наклона зависимости напряжения вытяжки от логарифма скорости растяжения в области малых скоростей (рис. 3). На основании этой информации определяли параметры, характеризующие скорость течения. Этой информации оказывается достаточно для того, чтобы с помощью уравнения (14) вычислить величину разогрева и предсказать положение максимума и минимума предела текучести на скоростной зависимости. Наилучшее согласие с экспериментом наблюдается при  $\beta = 25\text{--}50$  Вт/м<sup>2</sup> К, что несколько ниже приведенной в работе [8] грубой экспериментальной оцен-

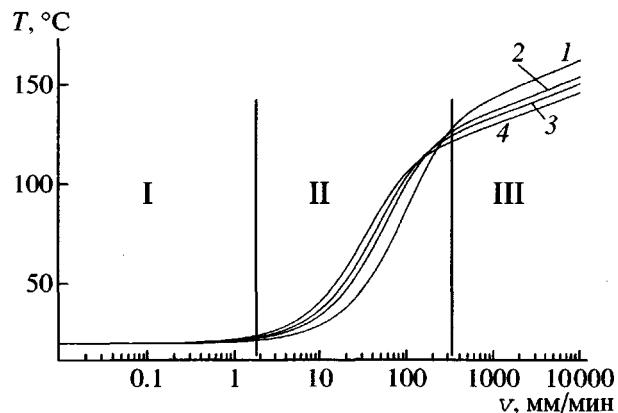


**Рис. 5.** Теоретическая зависимость напряжения вытяжки шейки  $\sigma$  от скорости растяжения  $v$  для пленки ПЭТФ толщиной 60 (1), 170 (2), 270 (3) и 480 мкм (4) при  $\beta = 50$  Вт/м<sup>2</sup> К.

ки 75 Вт/м<sup>2</sup> К. Далее при расчетах коэффициент  $\beta$  будем считать равным 50 Вт/м<sup>2</sup> К.

Результаты расчета зависимости напряжения вытяжки  $\sigma$  от скорости растяжения  $v$  для пленки ПЭТФ толщиной 60, 170, 270 и 480 мкм при  $\beta = 50$  Вт/м<sup>2</sup> К приведены на рис. 5. Кривые имеют одинаковую форму, но сдвинуты в направлении, указанном стрелкой. Расчетные кривые похожи на экспериментальные зависимости напряжения вытяжки. Согласно уравнению (14), температура разогрева зависит лишь от произведения  $v^2 h$ .

На рис. 6 даны значения максимальной температуры  $T = T_0 + \theta$  в зоне тепловыделения в зависи-



**Рис. 6.** Максимальная температура в зоне тепловыделения  $T = T_0 + \theta$  в зависимости от скорости растяжения  $v$ . Расчет проведен для пленки ПЭТФ толщиной 60 (1), 170 (2), 270 (3) и 480 мкм (4) при  $\beta = 50$  Вт/м<sup>2</sup> К. I – изотермическое растяжение, II – переходная область, III – адиабатическое растяжение.

мости от скорости растяжения  $v$  для пленок ПЭТФ толщиной 60, 170, 270 и 480 мкм при  $\beta = 50 \text{ Вт}/\text{м}^2 \text{ К}$ . Расчеты проводили при значениях параметров, соответствующих рис. 2. На рис. 6 можно выделить три области. При малых скоростях растяжения увеличением температуры можно пренебречь вследствие малости тепловыделения. Температура переходной зоны равна температуре внешней среды. В области высоких скоростей можно пренебречь теплоотдачей во внешнюю среду, и разогрев происходит в адиабатических условиях. В этой области тепло не успевает уйти наружу, и вся механическая работа идет на разогрев поступающего в шейку неориентированного полимера. Температура в области высоких скоростей немножко увеличивается с повышением скорости вследствие возрастания предела текучести и, как следствие, увеличения тепловыделения. Согласно расчетам, при скорости растяжения 1000 мм/мин температура переходной зоны может достигать 140°C. При промежуточных скоростях растяжения температура сильно зависит от скорости растяжения. Именно этим скоростям соответствует область аномального снижения напряжения вытяжки от скорости растяжения, в которой, согласно критерию (1), распространение шейки является неустойчивым.

#### *Критическая длина образца*

Вновь рассмотрим модель, приведенную на рис. 1. Предположим, что колебания имеют вид пилы, как показано на рис. 7. Будем считать, что между точками 0 и 1 образец деформируется линейно-упруго, а скачок фронта шейки вследствие ускорения течения происходит между точками 1 и 2. Предположим, что после скачка фронта шейки при разгрузке полимер также ведет себя линейно-упруго, и кривая сила–деформация соответствует отрезку 2–3. Тогда выделившаяся при скачке фронта шейки упругая энергия равна площади заштрихованной фигуры. Для определения этой площади учтем, что запасенная на участке 0–1 упругая энергия равна  $W_1 = F_1 \Delta L / 2$ . Поскольку сила связана с удлинением образца формулой  $\Delta L = DF$  ( $D$  – податливость), получаем

$$W_1 = D F_1^2 \quad (17)$$

Пренебрегая изменением податливости образца после “скачка” фронта шейки, в точке 2 упругая

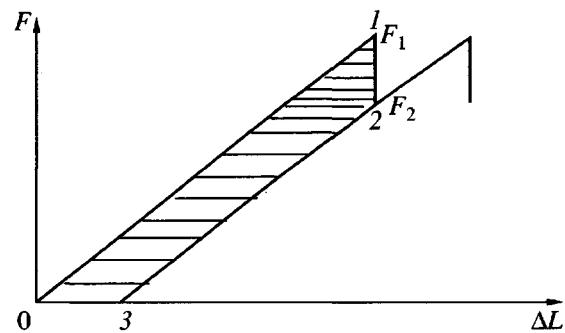


Рис. 7. Схематический вид диаграммы сила  $F$  – удлинение  $\Delta L$  при колебаниях.

энергия равна  $W_2 = D F_2^2$ . Считая высоту скачка малой по сравнению с силой  $F$  ( $\Delta F = F_1 - F_2 \ll F_1$ ), уменьшение энергии упругой деформации можно вычислить как

$$\Delta W = D F \Delta F \quad (18)$$

Разогрев полимера происходит вследствие перехода этой энергии в тепло, которое затрачивается на разогрев области длиной  $\delta$  (рис. 1). Предполагая, что температура в этой области постоянна, необходимое количество тепла равно

$$Q = m C \theta_0 = \rho h w \delta C \theta_0, \quad (19)$$

где  $m$  – масса полимера в области разогрева,  $h$  и  $w$  – толщина и ширина образца соответственно,  $\delta$  – длина,  $C$  – теплоемкость,  $\theta_0$  – увеличение температуры полимера в области разогрева (14). Предположим, что при сбросе нагрузки вся упругая энергия переходит в тепло. Тогда из условия  $\Delta W > Q$  с учетом формулы (11) получаем

$$D > \frac{\theta_0 k}{S i \sigma \Delta \sigma} \quad (20)$$

( $S = h w$  – поперечное сечение образца). Уравнение (20) определяет величину запасенной в образце упругой энергии, необходимой для разогрева переходной зоны и возникновения автоколебаний. Если податливость образца невелика, то упругой энергии недостаточно для разогрева полимера, и колебания не возникнут. Таким образом, колебания (большой амплитуды) возможны при достижении образцом критической длины вследствие того, что при меньшей длине запасенной упругой энергии недостаточно для разогрева полимера.

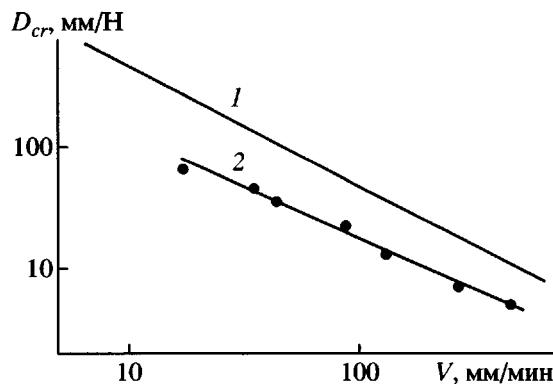


Рис. 8. Зависимость  $D_{cr}$  от скорости растяжения  $v$  для пленки ПЭТФ толщиной 170 мкм. 1 – расчет при  $\beta = 50 \text{ Вт}/\text{м}^2 \text{ К}$ , 2 – экспериментальные данные.

На рис. 8 приведены результаты расчета зависимости критической податливости образца  $D_{cr}$  от скорости растяжения  $v$  для пленки ПЭТФ толщиной 170 мкм при значении коэффициента  $\beta = 50 \text{ Вт}/\text{м}^2 \text{ К}$ . Расчеты проводили по формуле (20) при значениях параметров  $\beta = 50 \text{ Вт}/\text{м}^2 \text{ К}$ ,  $\sigma = 45 \text{ МПа}$ ,  $\Delta\sigma = 10 \text{ МПа}$  и  $\theta_0 = 40^\circ$ . Для сравнения приведены экспериментальные значения  $D_{cr}$  для пленки ПЭТФ толщиной 170 мкм. Качественное согласие эксперимента и теории очевидно. В частности, теория объясняет снижение  $D_{cr}$  с увеличением скорости растяжения. Более того, величина  $D_{cr}$  действительно обратно пропорциональна скорости растяжения. Тем не менее, экспериментальные значения  $D_{cr}$  примерно втрое ниже предсказываемых теорией.

Согласно уравнению (20), величина  $D_{cr}$  при возникновении колебаний обратно пропорциональна сечению образца. В этом смысле она характеризует не материал, а образец. Характеристикой материала является произведение  $DS$ , которое для линейно-упругого материала равно отношению  $L/E$ , где  $E$  – модуль упругости,  $L$  – длина образца. По этой причине критическая длина образца, при которой появляются колебания, не должна зависеть от ширины образца. На рис. 9 приведена зависимость критической длины образцов от его ширины для пленки ПЭТФ толщиной 170 мкм. С учетом экспериментального разброса точек ее можно считать константой.

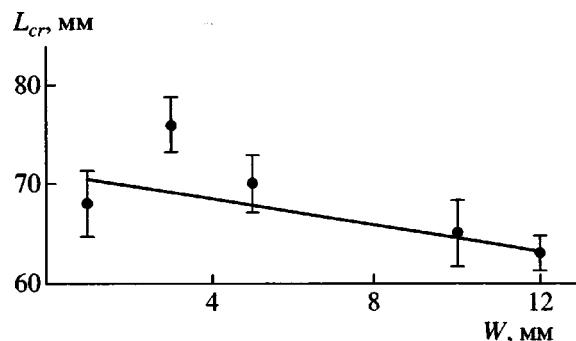


Рис. 9. Зависимость критической длины образцов  $L_{cr}$  при самопроизвольном возбуждении колебаний от их ширины  $w$  для пленки ПЭТФ толщиной 170 мкм.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Расчеты показали, что имеется параметр с размерностью длины, который характеризует размер зоны разогрева перед фронтом распространяющейся шейки. Этот размер определяется теплопроводностью материала. Типичное значение длины зоны разогрева равно 10 мкм. Согласно работе [13], колебания возбуждаются при меньшей критической длине образца, если полимер деформируется с образованием полос сдвига, в которых при скачках фронта шейки появляются поры. Этот факт объясняется тем, что появление пор приводит к резкому уменьшению теплопроводности полимера. Таким образом, можно предположить, что неустойчивое растяжение является сложным процессом, включающим не только колебания растягивающей силы, температуры и скорости растяжения, но и колебания теплопроводности вследствие периодического появления пор.

Имеется еще одна возможная причина такого различия. Толщина микрополос сдвига меньше характерного размера длины зоны разогрева ( $\sim 10$  мкм). Очевидно, это способствует более интенсивному разогреву полимера по сравнению со случаем, когда микрополосы не образуются. Длина области перехода в шейку имеет порядок толщины образца, т.е. сотен микрон, и в данном случае размеров области разогрева значительно выше, чем в случае локализованного течения по полосам сдвига. Следовательно, модель локализованного тепловыделения соответствует течению по полосам сдвига и не описывает случай однородного перехода в шейку.

Критерий механической неустойчивости (16) – необходимое, но не достаточное условие появления колебаний. Для возникновения колебаний большой амплитуды нужен достаточный запас энергии в образце. В коротких образцах до достижения критической длины экспериментально наблюдаются “малые колебания” [10]. Приведенный выше анализ дает возможное объяснение причины их появления. Видимо, “малые колебания” связаны с неустойчивостью деформирования, когда для появления “нормальных” колебаний большой амплитуды в образце не хватает запасенной энергии. В этом смысле “малые колебания” являются предвестником высокоамплитудных колебаний, которые появляются, если образец имеет достаточный запас энергии.

В работе [10] было обнаружено, что колебания можно искусственно возбудить, если амплитуда начального отклонения напряжения от стационарного значения при распространении шейки достаточно велика. Напротив, они затухают, если начальное отклонение мало. Жесткий характер возбуждения можно объяснить тем, что появление колебаний связано с образованием пор и резким уменьшением теплопроводности полимера. Поскольку поры появляются лишь при достаточно большой скорости течения в переходной зоне, амплитуда отклонения от равновесия должна быть значительной. Дополнительной причиной жесткого характера колебаний может быть то, что при большом отклонении системы от равновесия температура полимера может достигать температуры стеклования ( $T_c = 70\text{--}80^\circ\text{C}$ ),

в результате чего напряжение вытяжки может падать. Иными словами, жесткий характер колебаний может быть связан также с переходом из стеклообразного в каучукообразное состояние.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hookway D.C. // J. Textile Institute. 1958. V. 49. P. 292.
2. Roth W., Schroth R. // Faserforsch. und Textiltechn. 1960. B. 11. S. 312.
3. Кечекьян А.С., Андрианова Г.П., Каргин В.А. // Высокомолек. соед. А. 1970. Т. 12. № 11. С. 2424.
4. Roseen R. // J. Mater. Sci. 1974. V. 9. P. 929.
5. Godovsky Y.K. Thermophysical Properties of Polymers. Berlin: Springer-Verlag, 1993. P. 227.
6. Баженов С.Л., Родионова Ю.А., Кечекьян А.С. // Высокомолек. соед. А. 2003. Т. 45. № 7. С. 1099.
7. Баренблатт Г.И. // Механика твердого тела. 1970. № 5. С. 121.
8. Баженов С.Л., Кечекьян А.С. // Высокомолек. соед. А. 2001. Т. 43. № 1. С. 63.
9. Давиденков Н.Н. // Физика твердого тела. 1961. Т. 3. С. 2458.
10. Баженов С.Л., Кечекьян А.С. // Высокомолек. соед. А. 2002. Т. 44. № 4. С. 629.
11. Toda A. // Polymer. 1993. V. 34. P. 2306.
12. Левина Т.Г. // Энциклопедия полимеров. М.: Советская энциклопедия, 1977. Т. 3. С. 108.
13. Кечекьян А.С., Родионова Ю.А., Баженов С.Л. // Высокомолек. соед. А. 2005. Т. 47. № 2. С. 255.

## On the Role of Thermal Conductivity in the Formation of Self-Excited Oscillation in Poly(ethylene terephthalate)

S. L. Bazhenov\*, Yu. A. Rodionova\*\*, A. S. Kechek'yan\*, and A. K. Rogozinskii\*

\*Institute of Synthetic Polymeric Materials, Russian Academy of Sciences,  
Profsoyuznaya ul. 70, Moscow, 117393 Russia

\*\*Moscow State Pedagogical University,  
ul. Malaya Pirogovskaya 1, Moscow, 119992 Russia

**Abstract**—The problem on the temperature distribution ahead of the neck propagation front was solved. For oscillation to be excited, a specimen must be long enough to accumulate elastic-strain energy required for heating some region ahead of the neck front. The length of this zone is determined by the thermal conductivity of the material. It was assumed that oscillation is a complex process including the oscillations of not only tensile force, temperature, and strain rate but also of heat conductivity due to periodic pore formation. The critical length of the sample for oscillation to be excited is proportional to the heat conductivity of the material and inversely proportional to the stretching rate.