

УДК 541.64:539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ ГЕОРЕШЕТОК ТИПА FORTRAC НА ОСНОВЕ ПОЛИЭТИЛЕНТЕРЕФТАЛАТА¹

© 2005 г. Ю. В. Суворова*, С. И. Алексеева*, Д. Ю. Куприянов**

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук
101990 Москва, М. Харитоньевский пер., 4

**Московский государственный индустриальный университет
109280 Москва, ул. Автозаводская, 16

Поступила в редакцию 07.10.2004 г.

Принята в печать 13.01.2005 г.

Предложен новый подход для прогнозирования поведения геосинтетических материалов на длительное время нагружения с использованием данных по кратковременным экспериментам на ползучесть при комнатной температуре. Использована модель наследственного типа. Определяющие соотношения выражены в виде интегрального уравнения Вольтерры второго рода с применением ядер Абеля и Слонимского. Приведены результаты расчетов на основе экспериментальных данных георешетки типа Fortrac из ПЭТФ. Расчет реализован в виде программного обеспечения с использованием в качестве базового языка программирования платформенно-независимого языка Java. Сравнение расчетных данных с экспериментом показывает, что использование ядра Слонимского для данного вида материала наиболее перспективно.

Геосинтетические материалы – это полимерные материалы, используемые для армирования, т.е. усиления грунтов и его обустройства с целью повышения их надежности. Они широко применяются при строительстве дорог, железнодорожных насыпей, откосов, как наклонных, так и вертикальных, в других приложениях (фильтрации, гидро- и теплоизоляции грунтов и т.д.). Эти материалы в зависимости от приложений могут быть произведены в виде текстильного материала, различного рода решеток, а также их комбинаций – геокомпозитов. В качестве силовых (несущих) элементов обычно используют полимерные материалы – ПП, полиэфир, ПЭТФ, ПЭ, стекло, арамид, ударостойкий ПС и жесткий ПВХ, а в качестве материалов покрытия – ПВХ, ПЭ и битум.

Поскольку объекты, изготавливаемые с помощью геосинтетических материалов, предназначаются для длительной эксплуатации (десятки лет), описание их механических характеристик и оценка роста деформаций, не приводящего за срок

эксплуатации материала к разрушению, являются первоочередными задачами.

Эксперименты в течение реального длительного срока эксплуатации осуществить невозможно, а имеющиеся методики прогнозирования поведения материалов (методом температурно-временной аналогии и методом ступенчатых изотерм) требуют проведения экспериментов при повышенных температурах и не обеспечивают высокой точности прогноза.

Поскольку геосинтетические материалы изготавливаются из различных полимеров, общим как для отдельных элементов, так и для больших кусков материала, является их вязкоупругое поведение.

В настоящей работе предлагается подход, позволяющий прогнозировать поведение геосинтетических материалов при длительном времени нагружения, используя данные по краткосрочным экспериментам на ползучесть. Он опирается на математическую модель наследственного типа [1, 2]. В качестве основного соотношения берется нелинейное интегральное уравнение наследственного типа [3]

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 04-01-00745), Федеральной целевой программы "Интеграция" (проект Ч0082/1330), Фонда содействия отечественной науке, Гранта Президента РФ (грант МД-603.2004.8).

E-mail: alexeeva@imash.ru (Алексеева Софья Июньевна).

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau \quad (1)$$

От выбора ядра $K(t-\tau)$ зависит точность получаемого прогноза поведения геосинтетика при длительном нагружении. Поэтому выбор ядра интегрального уравнения является решающим при построении модели.

Одним из наиболее известных ядер является ядро Абеля

$$K(t-\tau) = \frac{k}{(t-\tau)^\alpha}, \quad (2)$$

где $0 < \alpha < 1$. С ним легко работать при практических расчетах. Однако уравнение имеет тот недостаток, что при $t \rightarrow \infty$ деформация $\varepsilon \rightarrow \infty$, а не ведет себя как экспонента, что противоречит экспериментальным данным.

Свойства экспоненты и слабой сингулярности в нуле объединены, например, в ядре Слонимского [4], имеющего вид

$$K(t-\tau) = \frac{\gamma \lambda \alpha e^{-\gamma(t-\tau)^\alpha}}{(t-\tau)^{1-\alpha}} \quad (3)$$

($0 < \alpha < 1$, $0 < \gamma$, $0 < \lambda$). Однако недостатком ядра является трудность в нахождении аналитических решений, поэтому для его использования необходимо применять вычислительную технику.

Ниже предлагается алгоритм нахождения параметров модели для ядер Абеля и Слонимского. Он состоит из построения кривых ползучести, построения изохронных кривых ползучести, непосредственного вычисления параметров.

После определения значений параметров ядра интегрального уравнения расчет кривой ползучести за длительное время при заданном уровне нагрузки и расчет величины деформации не составляет проблем.

Приведенный выше алгоритм реализован в виде программного обеспечения для компьютерных систем, написанного с использованием объектно-ориентированных технологий. В качестве базового языка программирования был выбран платформенно-независимый язык Java.

Рассмотрим алгоритмическое представление каждого из этапов прогнозирования в компьютерной системе более подробно. После осуществления эксперимента на длительную ползучесть необходимо построить кривые ползучести $\varepsilon(t)$ в интервале времен $0 < t \leq 10^3$ ч при различных уровнях нагрузки. Серия кривых ползучести при постоянном напряжении представляет собой графическое изображение функциональной зависимости $\varepsilon(\sigma, t)$, построенной в координатах ε и t для различных значений σ .

Определение значений параметров ядра интегрального уравнения требует в большинстве случаев дополнительного перестроения кривых ползучести в виде изохронных кривых. Для построения изохронной кривой, соответствующей моменту времени $t = t^*$, необходимо получить набор точек в координатах σ и ε . Таким образом, для построения изохронной кривой используется ровно столько точек, сколько уровней нагрузки было выбрано при постановке эксперимента. Функциональное описание изохронной кривой достигается путем интерполяции степенной функцией вида $\sigma = a\varepsilon^n$ методом наименьших квадратов.

Рассмотрим системы уравнений, которые необходимо решить, чтобы отыскать значения параметров ядра интегрального уравнения.

При выборе ядра Абеля уравнение

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma + \int_0^t \frac{k}{(t-\tau)^\alpha} \sigma d\tau$$

можно проинтегрировать и получить соотношение

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma(1 + \xi t^{1-\alpha}),$$

где $\xi = \frac{k}{(1-\alpha)}$. Далее для некоторого фиксирующего значения деформации $\varepsilon = \varepsilon^*$, используя построенные изохронные кривые, решается следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \varphi(\varepsilon^*) = \sigma_1(1 + \xi t_1^{1-\alpha}) \\ \varphi(\varepsilon^*) = \sigma_2(1 + \xi t_2^{1-\alpha}) \\ \varphi(\varepsilon^*) = \sigma_3(1 + \xi t_3^{1-\alpha}) \end{cases}$$

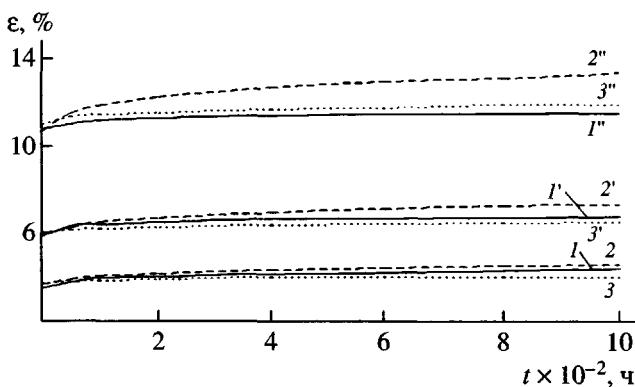


Рис. 1. Кривые ползучести георешетки типа Fortrac при уровне нагружения 5 (1-3), 10 (1'-3') и 15 МПа (1''-3''). 1, 1', 1'' – экспериментальные кривые, 2, 2', 2'' и 3, 3', 3'' – кривые ползучести, построенные с использованием ядер Абеля и Слонимского соответственно.

Исключив из полученной системы уравнений $\phi(\varepsilon^*)$, получим значение величины $\xi = \left(\frac{\sigma_2 t_2^{1-\alpha} - \sigma_1 t_1^{1-\alpha}}{\sigma_1 - \sigma_2} \right)^{-1}$, где параметр α находится путем решения трансцендентного уравнения

$$\sigma_1(\sigma_3 - \sigma_2)t_1^{1-\alpha} + \sigma_2(\sigma_1 - \sigma_3)t_2^{1-\alpha} + \sigma_3(\sigma_2 - \sigma_1)t_3^{1-\alpha} = 0$$

относительно α методом дихотомии на отрезке [0, 1].

После определения параметров ядра интегрального уравнения становится возможным построение кривой мгновенного деформирования $\phi(\varepsilon)$ и расчет кривых ползучести при произвольной длительности нагрузления.

Аналогичным методом могут быть найдены параметры ядра Слонимского.

Ниже приведены результаты расчетов, выполненных исходя из экспериментальных данных по кратковременной ползучести георешетки типа Fortrac, изготовленной из ПЭТФ.

Образцы георешеток типа Fortrac, изготовленных из ПЭТФ, испытывали при следующих режимах: тип геосинтетика тканый, размер образца – ширина 3, длина 1000 мм; прочность при растяжении 49 кН/м. Экспериментальные данные приведены на рис. 1.

По первому участку неустановившейся ползучести (10 ч) рассчитывали параметры обоих ядер. Далее ядра с найденными значениями параметров использовали для прогнозирования на времена, на два порядка превышающие исходные (1000 ч). Результаты прогнозирования сопоставляли с экспериментальными данными.

Оказалось, что использование ядра Абеля дает значения деформаций, значительно превышающие экспериментальные, что неудивительно, так как само ядро предполагает неограниченное увеличение деформаций во времени. Ядро Слонимского содержит множитель, обуславливающий экспоненциальный закон изменения деформаций во времени, и также хорошо описывает установленный участок ползучести. На рис. 1 представлены экспериментальные кривые ползучести и расчетные кривые, полученные при использовании ядер Абеля и Слонимского при разных уровнях нагружения.

Параметры ядер рассчитывали при фиксированном значении деформации $\varepsilon^* = 4\%$. Значения параметров получились равными $\alpha = 0.756$, $\xi = 0.04$ для ядра Абеля и $\alpha = 0.747$, $\gamma = 0.026$, $\lambda = 0.578$ для ядра Слонимского.

Проведенные расчеты и сопоставление предсказаний с экспериментальными данными показали возможность использования описанного выше подхода для определения параметров различных ядер и прогнозирования ползучести материалов на длительное время нагружения. При этом ядро Абеля более точно описывает ползучесть выбранного для экспериментов материала на начальной стадии неустановившейся ползучести, в то время как достоинством ядра Слонимского является достаточно точное описание процесса деформации материала на участке установленной ползучести. Последнее обеспечивает возможность прогнозирования поведения материала на несколько порядков времен.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. М.: Наука, 1976.
2. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1982.

3. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной теории твердых тел. М.: Наука, 1977.
4. Слонимский Г.Л. // Докл. АН СССР. 1961. Т. 140. № 2. С. 343.

Simulation of Long-Term Creep of Fortrac-Type Geogrids Based on Poly(ethylene terephthalate)

Yu. V. Suvorova*, S. I. Alekseeva*, and D. Yu. Kupriyanov**

*Blagonravov Institute of Machine Science, Russian Academy of Sciences,
Malyi Khariton'evskii per. 4, Moscow, 101990 Russia

**Moscow State Industrial University,
ul. Avtozavodskaya 16, Moscow, 109280 Russia

Abstract—A new approach is proposed for predicting the behavior of geosynthetic materials under long-term loading using the data from short-term creep experiments at room temperature. A hereditary-type model was used. The constitutive relationships were written out in the form of the Volterra second-order integral equation using the Abel and Slonimskii kernels. The results calculated on the basis of experimental data for a Fortrac-type geogrid made of poly(ethylene terephthalate) are given. Calculations were implemented in a software tool based on the platform-independent Java language. A comparison of the calculation data with the experiment showed that the use of the Slonimskii kernel for this type of material is the most promising.