

УДК 541.64:539.3

УПРУГИЕ ОРИЕНТАЦИОННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ В ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТАХ

© 2001 г. А. В. Мотавкин, Е. М. Покровский

Государственный научный центр Российской Федерации
“Научно-исследовательский физико-химический институт им. Л. Я. Карпова”
103064 Москва, ул. Воронцовское поле, 10

Поступила в редакцию 30.01.2001 г.
Принята в печать 07.05.2001 г.

Ориентационные напряжения и деформации появляются вследствие ориентационного упорядочения структуры полимерных композитов в процессе их формования. Выделены два основных случая деформирования, обусловленных неоднородным распределением тензора ориентации: образование внутреннего изгибающего момента и потеря устойчивости сжатых зон тела. Их сочетание определяет основные виды реального деформирования, сопровождающиеся короблением от ориентационных напряжений. Разработаны методы определения матрицы упругих податливостей и тензора термических усадок в зависимости от степени ориентации структуры композита. В упругой постановке дано аналитическое решение задачи определения внутренних ориентационных напряжений и деформаций, связанных с потерей устойчивости прямоугольных пластин. Полученные результаты сопоставлены с экспериментом.

ВВЕДЕНИЕ

Ориентация полимерных систем является основой создания высокопрочных материалов [1, 2]. Появляющаяся анизотропия прочности сопровождается анизотропией других объемных свойств, в частности термоусадочных, упругих, теплофизических и т. п.

При формировании полимерных композиционных материалов (КМ) возникающая анизотропия свойств в общем случае неоднородна по объему формируемого тела. В результате при охлаждении КМ из-за разности усадок возникают внутренние ориентационные напряжения. В зависимости от распределения указанных напряжений по объему формируемого тела могут реализоваться два основных случая их деформирования. В первом случае, если растягивающие и сжимающие напряжения образуют внутренний изгибающий момент, тело подвергается изгибу. Во втором – если внутренний изгибающий момент не образуется, деформация происходит вследствие потери устойчивости сжатых зон.

Ориентационные напряжения в зонах образования кластеров [3] могут приводить к нарушению сплошности КМ, образованию трещин или расслоению аналогично влиянию включений [4]. Ориентационные напряжения и деформации рассмотрены

ны в связи с ориентацией дискретных стекловолокон, полагая матричный материал изотропным.

Исходным этапом решения поставленной проблемы является анализ процесса формования [5], позволяющий определить линии тока поля скоростей и параметр порядка, который для наиболее важного случая двумерного течения задается симметричным бесследовым тензором

$$S_{ij} = 2S[n_i n_j - (1/2)\delta_{ij}], \quad i, j = 1, 2, \quad (1)$$

где S – скалярный параметр (степень ориентации) определяется как

$$S = 2\langle(\mathbf{n}\mathbf{v})^2\rangle - 1, \quad (2)$$

δ_{ij} – единичный тензор, \mathbf{n} – единичный вектор ориентации, совпадающий с касательной к линии тока в процессе формования КМ, \mathbf{v} – единичный вектор, связанный с осью симметрии элементарной кинетической единицы. Под кинетической единицей понимается отрезок или армирующий элемент одного или совокупности нескольких отрезков моностекловолокон, уложенных параллельно друг другу в одну цилиндрическую гранулу.

Если обозначить через α угол между направлениями \mathbf{n} и \mathbf{v} в плоскости течения и через $\rho(\alpha)$ – плотность распределения армирующих элемен-

тов по углу α , то усредненный квадрат скалярного произведения $\langle(\mathbf{n}\mathbf{v})^2\rangle$ можно представить в виде

$$\langle(\mathbf{n}\mathbf{v})^2\rangle = \int_0^{\pi/2} \cos^2 \alpha \rho(\alpha) d\alpha$$

Для хаотичной структуры $\rho(\alpha) = 2/\pi$, $\langle(\mathbf{n}\mathbf{v})^2\rangle = 1/2$ и $S = 0$, а для односторонней структуры в направлении \mathbf{n} $\rho(\alpha) = \delta(\alpha)$, где $\delta(\alpha)$ – дельта-функция Дирака, $\langle(\mathbf{n}\mathbf{v})^2\rangle = 1$ и $S = 1$. Таким образом, $0 \leq S \leq 1$.

Используя разложение частично ориентированной структуры в направлении \mathbf{n} на беспорядочную и полностью ориентированную [2], скалярный параметр S можно также интерпретировать как долю (вероятность появления) ориентированной структуры в общей структуре КМ.

Из формулы (1) следует, что каждому направлению n_j ($j = 1, 2$) соответствует вектор $S_i = S_{ij}n_j$. Таким образом, направлению $\mathbf{n}_1 = (1, 0)$ отвечает вектор $S_1 = (S, 0)$, а перпендикулярному направлению $\mathbf{n}_2 = (0, 1)$ – вектор $S_2 = (0, -S)$. Это означает, что в направлении \mathbf{n}_1 происходит ориентация с положительным параметром S , а в перпендикулярном направлении – дезориентация (отрицательный параметр S).

Величина S и вектор \mathbf{n} связаны с градиентом скорости течения вдоль линии тока [2]. При приближении фронта к границе тела происходит торможение и уплотнение размытого слоя у фронта КМ. Градиент уменьшается до нуля и даже становится отрицательным. Ориентированный вначале вдоль линии тока КМ дезориентируется, а затем приобретает ориентацию в перпендикулярном направлении. Это обстоятельство позволяет схематизировать поле тензора ориентации и выделить две характерные зоны: центральную (с ориентацией вдоль линий тока) и пограничную (с ориентацией в перпендикулярном направлении).

Упругие свойства

Упругие свойства определяли из слоистой модели КМ, состоящей из строго ориентированных и хаотически армированных слоев. При этом доля ориентированных слоев равна параметру S [6]. Деформации слоев в направлениях x_1, x_2 считали однородными и равными, а в трансверсальных направлениях предполагали равенство напряжений [7–9].

Обозначим матрицу упругих податливостей ориентированной и хаотической составляющих структуры КМ через $a_{ij(t)}$ ($t = 1$ – односторонняя структура, $t = 2$ – хаотическая структура, $t = S$ – упорядоченная структура со степенью ориентации S) и совместим ось x_1 с направлением ориентации. Тогда, исходя из принятой модели, матрица упругих модулей $c_{ij(s)}$ композита с ориентацией S определяется выражениями

$$c_{ij(s)} = \sum_{(t)} S_{(t)} c_{ij(t)}, \quad (t) = 1, 2, \quad (3)$$

где $S_{(1)} = S$, $S_{(2)} = 1 - S$, а

$$c_{ij(t)} = \frac{a_{ij(t)}(-1)^{i+j}}{a_{11(t)}a_{22(t)} - a_{12(t)}^2}, \quad (i \neq j, \quad i, j = 1, 2) \quad (4)$$

$$c_{ii(t)} = \frac{a_{jj(t)}(-1)^{i+i}}{a_{ii(t)}a_{22(t)} - a_{12(t)}^2} \quad (i \neq j, \quad i, j = 1, 2)$$

представляют собой соответствующие упругие константы для односторонней и хаотичной структур.

Во многих случаях практически более удобным является использование матрицы податливостей $a_{ij(s)}$, являющейся обратной к матрице $c_{ij(s)}$. Поскольку и слои, и КМ в целом являются ортотропными материалами, компоненты матрицы податливостей $a_{ij(s)}$ связаны с техническими постоянными (модули Юнга $E_{1(s)}$, $E_{2(s)}$ и коэффициенты Пуассона $\mu_{12(s)}$, $\mu_{21(s)}$) соотношениями [10]

$$E_{i(s)} = 1/a_{ii(s)}, \quad \mu_{ij(s)} = -E_{j(s)}a_{ij(s)} \quad (5)$$

Полагая элементы матрицы $a_{ij(1)}$ в формуле (4) известными, получим на основе тех же допущений об однородности продольных деформаций и попечевых напряжений [7, 8] необходимые для вычисления $c_{ij(s)}$ из уравнения (3) выражения для $a_{ij(2)}$ хаотической составляющей структуры КМ в следующем виде [9]:

$$a_{11(2)} = a_{22(2)} = \hat{c}_{22}(\hat{c}_{11}\hat{c}_{22} - \hat{c}_{12}^2)^{-1} \quad (6)$$

$$\mu_{12(2)} = \mu_{21(2)} = |\hat{c}_{21}/\hat{c}_{22}|, \quad (7)$$

где усредненные по углам упругие константы \hat{c}_{ij} определяются из равенства

$$\hat{c}_{ij} = (2/\pi) \int_0^{\pi/2} c_{ij(1)}(\phi) d\phi \quad (8)$$

В соотношении (8) элементы матрицы $a_{ij(1)}(\phi)$, входящей в $c_{ij(1)}(\phi)$, после перехода к тензорным обозначениям преобразуются как тензор четвертого ранга.

При $a_{12(1)} = 0$ модель соответствует методу усреднения [8]. Тогда из выражения (8), обозначив

через $p_2 = E_{1(1)}/E_{2(1)}$, можно получить приближенные соотношения

$$\begin{aligned} E_{1(2)} &= E_{2(2)} = \\ &= E_{1(1)}(\alpha - \beta)^{-1}[(\alpha - \beta)\alpha^{-1/2} + (1 - \beta)\beta^{-1/2}] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\alpha = 2^{-1} p_1 + (4^{-1} p_1^2 - p_2)^{1/2}, \quad (10)$$

$$\beta = p_1 - \alpha, \quad p_1 = E_{1(1)}G_{12(1)}^{-1} - 2\mu_{21(1)},$$

где $G_{12(1)}$ – модуль сдвига одностороннего КМ в плоскости x_1-x_2 .

Термоусадочные свойства

Термоусадочные свойства определяли из той же модели, что и упругие свойства. Термическая усадка КМ зависит от термоупругих свойств и структуры (анизометрии) армирующих элементов, их расположения и усадки полимерной матрицы. Обозначив через $\tilde{U}_{i(s)}$ ($i = 1, 2$) усадку КМ с упорядоченной структурой, заданной параметром S , можно получить, что [6]

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{i(s)} &= \sum_i \sum_{(t)} \sum_k a_{ij(s)} S_{(t)} c_{jk(t)} \tilde{U}_{k(t)} \\ (i, j, (t)) &= 1, 2, \end{aligned} \quad (11)$$

где $a_{ij(s)}$ определяются путем обращения матрицы $c_{ij(s)}$ из формулы (3). Усадку $\tilde{U}_{i(1)}$ предполагаем известной, а усадку $\tilde{U}_{i(2)}$ определяем через $\tilde{U}_{i(1)}$ из соотношений

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{j(2)} &= \tilde{U}_{(2)} = \\ &= \left(1/\sum_i \hat{c}_{ji}\right) (2/\pi) \int_0^{\pi/2} \sum_i c_{ji(1)}(\phi) \tilde{U}_{i(1)}(\phi) d\phi \quad (12) \\ (i, j) &= 1, 2. \end{aligned}$$

Для случая $a_{12(1)} = 0$, обозначив через $\gamma_U = \tilde{U}_{1(1)}/\tilde{U}_{2(1)}$ можно получить

$$\frac{\tilde{U}_{(2)}}{\tilde{U}_{2(1)}} = \frac{\beta^{1/2}(\alpha\gamma_U - 1) + \alpha^{1/2}(1 - \beta\gamma_U)}{\beta^{1/2}(\alpha - 1) + \alpha^{1/2}(1 - \beta)} \quad (13)$$

Оrientационные напряжения и деформации

Наиболее сложной стадией решения поставленной задачи является получение исходной информации о поле тензора ориентации, которое определяется распределением скоростей в процессе формования пластины. Линии тока задают направление ориентации, а градиент скорости потока – степень ориентации [2, 5]. Изменяя гидро-

динамические условия процесса формования (геометрию и площадь исходных заготовок КМ, температуру, давление и скорость процесса и др.), можно в широких пределах изменить поле тензора ориентации, следовательно, ориентационные напряжения и деформации.

Для приближенной оценки поля тензора ориентации пластины рассматриваемой геометрической формы воспользуемся гидродинамическим анализом процесса формования модельных пластин эллиптической формы [5].

В этом случае при симметричном течении относительно осей симметрии пластины линии тока представляют собой софокусные гиперболы, ортогональные к эллиптическому контуру пластины, который одновременно является линией равного давления. Для осесимметричной (круглой) пластины гиперболы (линии тока) превращаются в систему радиальных прямых, исходящих из начала координат, а линии равного давления представляют собой систему ортогональных к ним концентрических окружностей. Для сильно вытянутой вдоль оси x_1 прямоугольной пластины гиперболы превращаются в систему прямых, перпендикулярных оси x_1 , а прямые, параллельные оси x_1 , – в линии равного давления.

Итак, как для круглых, так и для прямоугольных пластин такая модель позволяет получить оценку поля тензора ориентации. В последнем случае такую пластину следует заменить эллиптической с соответствующим отношением размеров вдоль осей координат и той же площадью.

Общая постановка задачи об определении перемещений срединной поверхности $U_3(x_1, x_2)$ в декартовой системе координат x_1, x_2, x_3 , в которой оси x_1, x_2 совмещены со срединной поверхностью пластины в недеформированном состоянии, а положительная ось x_3 ($-h/2 \leq x_3 \leq h/2$) направлена перпендикулярно этой поверхности, формулируется следующим образом. Вначале для заданного поля тензора ориентации $S_{ij}(x_1, x_2)$ определяем матрицу упругих констант $c_{ij(s)}$, податливостей $a_{ij(s)}$ и тензор усадок $\tilde{U}_{i(s)}$ в зависимости от координат x_1, x_2 по формулам (3)–(12). Затем решаем задачу определения ориентационных напряжений и деформаций для невозмущенного состояния, когда отсутствуют перемещения U_3 вдоль оси x_3 от потери устойчивости пластины. Далее вариационным методом решаем соответствующую возмущенную задачу.

Ниже предлагаем и обсуждаем способ построения аналитического приближения к решению поставленной задачи, основанный на минимизации упругой энергии путем вычисления парамет-

ра, определяющего амплитуду известной из эксперимента моды потери устойчивости в рамках гипотезы Кирхгофа–Лява.

Компоненты тензора ориентационных деформаций и напряжений для невозмущенного состояния \hat{e}_{ij} и $\hat{\sigma}_{ij}$ можно определить через перемещения U_i ($i = 1, 2$) из системы уравнений, включающей в себя определяющие уравнения КМ в форме

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_{ii} = \sum_j c_{ij(s)} (\hat{e}_{jj} + \tilde{U}_{j(s)} \Delta T) & (i, j = 1, 2) \\ \hat{\sigma}_{ij} = 2c_{66(s)} \hat{e}_{ij} & (i, j = 1, 2), \end{cases} \quad (14)$$

где $\Delta T = T_0 - T_k$ (T_0 – температура формования, T_k – конечная температура (окружающей среды)), $c_{66(s)} = G_{12(s)}$ ($G_{12(s)}$ вычисляем по правилу смеся: $G_{12(s)} = \sum_{(t)} G_{12(t)} S_{(t)}$, $(t) = 1, 2$), $\hat{e}_{ij} = (1/2)(\partial_i U_j + \partial_j U_i)$ и уравнения равновесия

$$\partial_j \hat{\sigma}_{ij} = 0 \quad (15)$$

с учетом свободных от напряжений границ пластины.

Компоненты ориентационного деформированного состояния пластины e_{ij} в возмущенном состоянии находят через соответствующие компоненты в невозмущенном состоянии \hat{e}_{ij} , как [10]

$$e_{ij} = \hat{e}_{ij} - x_3 \partial_{ij}^3 U_3 + (1/2) \partial_i U_3 \partial_j U_3, \quad (16)$$

$$(i, j = 1, 2),$$

которые связаны с соответствующими напряжениями из определяющих уравнений (14). Координатную функцию $U_3 = f(x_1, x_2, A)$ (A – неизвестный параметр) для рассматриваемого случая потери устойчивости, исходя из анализа геометрии экспериментальной срединной поверхности, представим в виде

$$U_3 = A(x_1/b)(x_2/c), \quad (17)$$

где b и c – размеры прямоугольной пластины вдоль осей x_1 и x_2 соответственно. Используя выражения (16), (14) и (17), составим выражение для упругой энергии W пластины объемом V :

$$W(A) =$$

$$= (1/2) \iint_V (\sigma_{11} e_{11} + \sigma_{22} e_{22} + 2\sigma_{12} e_{12}) dx_1 dx_2 dx_3, \quad (18)$$

откуда, минимизируя $W(A)$, определим параметр A из соотношения

$$dW(A)/dA = 0 \quad (19)$$

Рассмотрим конкретные результаты использования предлагаемого способа к анализу ориен-

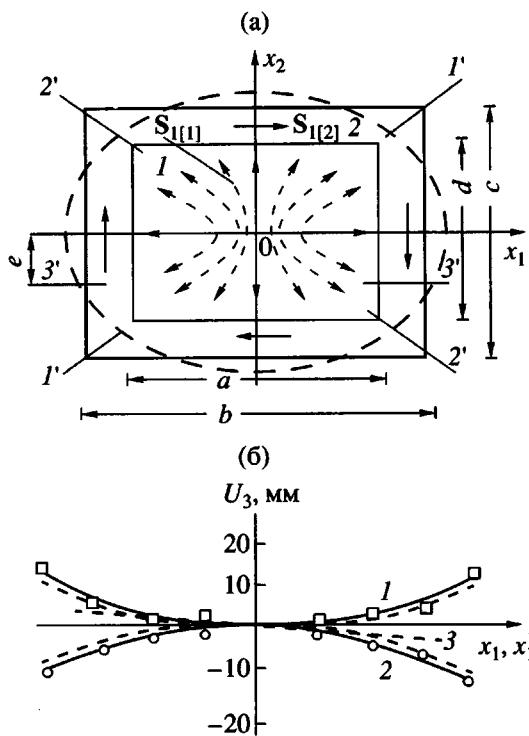


Рис. 1. Плоская прямоугольная пластина с указанием размеров характерных зон ориентации (а) и искривленная от ориентационных напряжений срединная поверхность (б) вдоль диагоналей пластины $I'-I'$ и $II-II'$ ($1, 2$) и по сечению $III-III'$ (3). Штриховые линии – расчет по формулам (20) и (23) при $\lambda = 0.32$, $q = 0.80$, $|S_{1[1]}| = |S_{1[2]}| = 0.10$, $b = 410$ мм, $h = 2$ мм, $e = 100$ мм.

тационных напряжений и деформаций для прямоугольной пластины.

Приводим приближенный анализ, исходя из схематизации линий тока, задающих поле тензора ориентации в модельной эллиптической пластине. Течение в процессе формования предполагаем симметричным относительно осей симметрии пластины. Выделим две зоны и обозначим номер зоны через $[k]$ (рис. 1).

Вдоль линии тока модуль вектора S_1 в зоне [1] примем не зависящим от координат x_1, x_2 . В этом случае зону [1] можно приближенно представить состоящей из слоев, имеющих одинаковую степень ориентации S , равномерно распределенных по углам, что в свою очередь позволит считать ее при малых S изотропной. Тогда в формуле (9) $\alpha \sim \beta$. Исходя из изложенного, сформулируем следующие основные допущения: 1) центральная зона [1] принимается изотропной, имеющей модуль упругости и усадку, равными соответствующим значениям для направлений, перпендикулярных линиям тока; 2) в граничной зоне [2] вектор S_1 направлен парал-

льно границам пластины и распределен однородно; 3) в центральной зоне [1] в невозмущенном состоянии напряженное состояние принимается двухосным и однородным, в пограничной зоне – напряжения вдоль границы однородными, а в перпендикулярном направлении изменяются по линейному закону; 4) для возмущенного состояния справедлива гипотеза Кирхгофа–Лява.

Используя принятые допущения, ориентационные напряжения $\hat{\sigma}_{ii[k]}$ ($i, [k] = 1, 2$) и деформации $\hat{e}_{ii[k]}$ в невозмущенном состоянии определяли из системы алгебраических уравнений, учитывающих уравнения (14) и совместность деформаций вдоль осей x_1 и x_2 зон [1] и [2]. При этом в нулевом приближении в пограничной зоне напряжения, перпендикулярные границе, принимали равными нулю, а затем уточняли, используя полученные в нулевом приближении напряжения в центральной зоне, равные соответствующим значениям зоны [2] на границе между зонами, с помощью итерационного процесса. Соответственно уточняли напряжения в центральной зоне. С учетом сделанных допущений, полагая $a/b = c/d = \lambda$, $c/b = q$ и $S_{[1]} = S_{[2]}$, получим следующие нетривиальные соотношения для $(A/b)^2$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{A}{b}\right)^2 &\equiv \frac{1+q^2}{c_0} \left\{ \hat{e}_{11[2]}^* c_{22(s)[2]} (1-\lambda^2) \times \right. \\ &\times \left[(1+\mu_{21(s)[2]} \sum_{i=0}^2 \lambda^i + \lambda \mu_{21(s)[2]}) - \right. \\ &- \hat{e}_{11[2]}^* c_{22(s)[1]} \lambda^4 (1+\mu_{21(s)[1]}) - \\ &- \left. \left. \frac{8}{1+q^2 b^2} \frac{h^2}{c_{66(s)[1]}} \left[\lambda^2 + \frac{c_{66(s)[2]}}{a_{66(s)[1]}} (1-\lambda^2) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} c_0 = 10^{-2} \{ &\lambda^6 [7.5 c_{22(s)[1]} (q^2 + q^{-2}) + \\ &+ 8.4 c_{12(s)[1]} + 66.8 c_{66(s)[1]}] + \\ &+ [c_{22(s)[2]} q^2 + c_{11(s)[2]} q^{-2}] \times \\ &\times (3.75(1+\lambda)(1-\lambda^5) + 0.234(1-\lambda)(1+\lambda)^5) + \\ &+ (1-\lambda^3)(1+\lambda)^3 [16.8 c_{66(s)[2]} + 2.1 c_{12(s)[2]}] \} \end{aligned} \quad (21)$$

В этих формулах введены обозначения: $c_{ij(s)[k]}$, $\mu_{21(s)[k]}$ ($[k] = 1, 2$) – упругие константы и коэффициенты поперечной деформации [k]-й зоны.

$$\begin{aligned} \hat{e}_{11[1]}^{(r+1)} &= \frac{\tilde{U}_{1(s)[2]} - \tilde{U}_{1(s)[1]}}{1+\chi^{-1}} - \\ &- \frac{\mu_{21(s)[2]} E_{1(s)[1]}}{2 E_{2(s)[2]}} \frac{1+\mu_{12(s)[1]}}{1+\mu_{12(s)[1]}^2 (E_{1(s)[1]}/E_{2(s)[1]})} \frac{\hat{e}_{11[1]}^{(r)}}{1+\chi^{-1}} \\ (r &= 0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \hat{e}_{11[2]}^* &= \frac{\tilde{U}_{1(s)[2]} - \tilde{U}_{1(s)[1]}}{1+\chi} - \\ &- \frac{\mu_{21(s)[2]} E_{1(s)[1]}}{2 E_{2(s)[2]}} \frac{1+\mu_{12(s)[1]}}{1+\mu_{12(s)[1]}^2 (E_{1(s)[1]}/E_{2(s)[1]})} \frac{\hat{e}_{11[1]}^*}{1+\chi} \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь $\chi = (1 - \mu_{12(s)[1]} (\lambda^{-1}) (E_{1(s)[2]}/E_{1(s)[1]}))$.

В выражении (20) $\hat{e}_{11[1]}^*$ и $\hat{e}_{11[2]}^*$ представляют собой сумму деформаций в невозмущенном состоянии и термических усадок в направлении x_1 зон [1] и [2] соответственно. Через $\hat{e}_{11[1]}^*$ обозначено то значение $\hat{e}_{11[1]}^{(r+1)}$ в итерационном процессе формулы (22), для которого разность между смежными итерациями $|\hat{e}_{11[1]}^{(r+1)} - \hat{e}_{11[1]}^{(r)}|/\hat{e}_{11[1]}^{(r)}$ достигает заданной точности ϵ . При этом надо положить $\hat{e}_{11[1]}^{(0)} = 0$. Итерационный процесс (22) сходится весьма быстро. Обычно достаточно пяти–шести итераций, учитывая приближенный характер проводимого анализа. Отметим, что для удобства вычислений и получения безразмерных выражений в формулах (20) и (21) целесообразно постоянные $c_{ij(s)[k]}$ поделить на изотропный модуль $E_{(2)}$ соответствующего КМ, что не изменяет значения $(A/b)^2$. Для круглой пластины указанным методом можно получить точное решение.

Анализ выражений (20) позволяет сделать ряд важных выводов относительно влияния геометрических параметров пластин и характеристик поля тензора ориентации на деформированное, следовательно, и на напряженное состояние пластины, которые экспериментальным путем получить сложно. Так, например, приравнивая нулю выражение в фигурных скобках в выражении (20), можно получить минимальное значение толщины h_{min} , при котором максимальное перемещение $U_{3max} = A/4$ равно нулю. На рис. 2 показана рассчитанная по формуле (20) зависимость $U_{3max} = f(h)$ при разных значениях λ и $c/b = const$, из которой можно увидеть, что при малых h U_{3max} изменяется слабо вплоть до $h \rightarrow 0$. Таким образом, увеличивая толщину пластины, можно уменьшить U_{3max} . Однако этот способ малоэффективен, так как резкое уменьшение U_{3max} реализуется только при очень большой толщине.

Рассмотрим зависимость $U_{3\max} = f(\lambda)$ при $h = \text{const}$ (рис. 2, кривая 5), которая резко изменяется от $\lambda = 0.4\text{--}0.6$ как в сторону меньших, так и в сторону больших значений λ . Параметр λ зависит от состава, анизометричности армирующих элементов КМ [6] и условий формования, т.е. поля тензора ориентации, варьируя которые можно значительно уменьшить $U_{3\max}$.

Отметим, что выражение (20) применимо только в том диапазоне изменений параметра q пластин, при которых выполняются принятые допущения. При $q \rightarrow \infty$ и $q \rightarrow 0$ линии тока, как ранее было отмечено, превращаются в систему прямых, параллельных осям x_1 и x_2 соответственно. Таким образом, предположение об изотропности центральной зоны не выполняется, а деформированная срединная поверхность в форме "восьмерки" превращается в изгиб от потери устойчивости пластины в плоскости x_3-x_2 в первом случае и в плоскости x_3-x_1 – во втором.

При несимметричном формировании КМ, когда течение происходит от одной стороны пластины к противоположной вдоль одного из направлений x_1 или x_2 , потеря устойчивости (выпучивание) происходит вдоль одной из противоположных сторон, перпендикулярных этим направлениям, в сочетании с изгибом от неуравновешенного изгибающего момента в плоскости x_1-x_2 . Все эти случаи могут быть рассмотрены в рамках предлагаемого способа, используя вместо соотношения (17) соответствующие координатные функции.

Экспериментально исследовали только возмущенное деформированное состояние. С этой целью были разработаны специальные устройства, в которых фиксировали положение тела относительно некоторых базовых точек, по отношению к которым проводили измерение перемещений деформированной поверхности индикаторами часового типа. Нулевое положение этих точек устанавливали с помощью соответствующих моделей, в которых имитировали недеформированное состояние.

Результаты расчетов перемещений срединной поверхности пластины в направлении диагоналей показаны на рис. 1б, из которого можно увидеть, что результаты экспериментов достаточно близки соответствующим теоретическим зависимостям. Так, рассчитанная величина максимального перемещения $|U_{3\max}|$ для пластины, характеристики которой указаны на рис. 1, равна 10,3 мм, а экспериментальное значение – 11,5 мм.

Следует отметить и полное совпадение характера деформируемой поверхности (рис. 3) с соотношением (17). Такой характер деформирован-

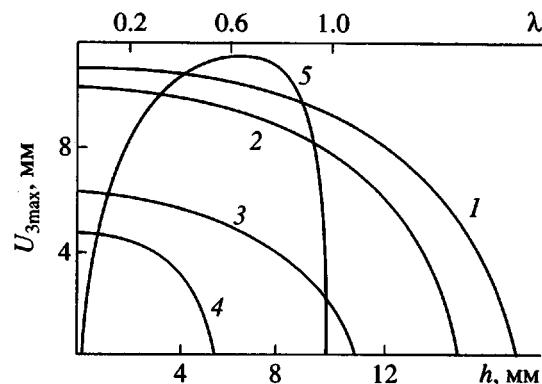


Рис. 2. Зависимости $U_{3\max}$ от толщины h для различных λ (1–4) и U от λ при $h = 2$ мм (5), рассчитанные по соотношениям (20)–(23). $\lambda = 0.80$ (1), 0.92 (2), 0.95 (3) и 0.05 (4). Остальные параметры соответствуют рис. 1б.

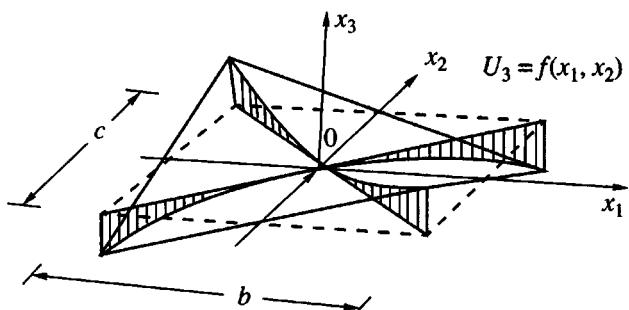


Рис. 3. Характер деформированной поверхности пластины в возмущенном состоянии.

ной поверхности объясняется тем, что под действием ориентационных напряжений пластина в направлениях x_1 и x_2 оказывается растянутой, а сжимающие напряжения действуют только вдоль границ в зоне 2, под действием которых всюду растянутая пластина теряет устойчивость и приобретает форму "восьмерки". В результате в направлении диагоналей пластины деформированная поверхность искривляется, и ее можно описать, как следует из соотношения (17), уравнениями параболы разного знака, что соответствует результатам эксперимента (рис. 1б).

Анализ ориентационных напряжений показал, что в невозмущенном состоянии в центральной зоне 1 возникает двухосное напряженное состояние с равными растягивающими напряжениями $\hat{\sigma}_{1[1]} = \hat{\sigma}_{2[1]} = 24.6$ МПа, а в пограничной зоне 2 в направлении границ действуют сжимающие напряжения $\hat{\sigma}_{[2]} = -13.95$ МПа и в перпендикуляр-

ном направлении – растягивающие со средним значением $\sigma_{[2]} = 12.3$ МПа.

В возмущенном состоянии происходит разгрузка пограничной зоны, наиболее существенная у границ пластины, меньшая вблизи центральной зоны и некоторая додоррузка периферийных областей центральной зоны.

В середине центральной зоны напряжения остались неизменными. Здесь следует иметь в виду, что наиболее высокое растягивающее напряжение действует на границе зоны 2 в направлении, перпендикулярном ориентации КМ в этой зоне, и может составить до 25% ее прочности.

В заключение проведенного анализа ориентационных напряжений и деформаций КМ отметим, что, используя предложенный способ, представляется возможным снизить уровень нежелательных ориентационных напряжений и деформаций до допустимых величин путем изменения условий формования, состава и структуры КМ, а также геометрии формуемых пластин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ориентационные явления в растворах и расплавах полимеров / Под ред. Малкина А.Я., Папкова С.П. М.: Химия, 1980.
2. Мотавкин А.В., Покровский Е.М. // Высокомолек. соед. А. 1996. Т. 38. № 6. С. 980.
3. Мотавкин А.В., Покровский Е.М. // Высокомолек. соед. А. 1997. Т. 39. № 12. С. 2017.
4. Дубникова И.Л., Ошмян В.Г. // Высокомолек. соед. А. 1998. Т. 40. № 9. С. 1481.
5. Городничева Г.Н., Мотавкин А.В. // Динамика вязкой жидкости. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1987. С. 109.
6. Альперин В.И., Корольков Н.В., Мотавкин А.В., Рогинский С.Л., Телешев В.А. Конструкционные стеклопластики. М.: Химия, 1979.
7. Композиционные материалы / Под ред. Сендецки Дж. М.: Мир, 1978. Т. 2.
8. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982.
9. Мотавкин А.В., Калинка Ю.А., Телешев В.А. // Механика полимеров. 1974. № 1. С. 47.
10. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. М.: Наука, 1987.

Elastic Orientational Stresses and Strains in Polymer Composites

A. V. Motavkin and E. M. Pokrovskii

*Karpov Institute of Physical Chemistry, State Scientific Center of the Russian Federation,
ul. Vorontsovo pole 10, Moscow, 103064 Russia*

Abstract—Orientalional stresses and strains are shown to appear in the polymer composites due to orientation-al structural ordering upon their molding. The two principal cases of the deformation provided by a heterogeneous distribution of the orientational tensor were identified, namely, the development of an inner bending moment and buckling in the compressed regions of a body. Their combination determines the principal types of real deformation which is accompanied by buckling due to orientational stresses. Methods were advanced for the calculation of the matrix of elastic compliances and the tensor of thermal shrinkages depending on the degree of orientation of the structure of a composite. An analytical solution of the problem of the estimation of inner orientational stresses and strains related to buckling of rectangular plates was presented in the elastic formulation. The results obtained were compared with the experimental data.