

УДК 541.64:539.3

## НЕКОТОРЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ И ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПОЛИМЕРОВ. МАТЕРИАЛЫ С ТРЕЩИНАМИ

© 1997 г. В. В. Шевелев, Э. М. Карташов

Московская государственная академия тонкой химической технологии им. М. В. Ломоносова  
117571 Москва, пр. Вернадского, 86

Поступила в редакцию 26.10.95 г.  
Принята в печать 12.03.96 г.

Сформулирована концепция прочностных состояний полимеров в зависимости от характера и степени дефектности их структуры. Предполагается, что возможны три состояния материала – низкоХ прочное, высокопрочное и сверхпрочное. Исследована кинетика хрупкого и квазихрупкого разрушения и найдена средняя долговечность образцов, находящихся в низкопрочном состоянии. Найдена функция распределения значений долговечности с учетом стохастичности процесса разрушения.

### ВВЕДЕНИЕ

При исследовании разрушения большого числа однотипных образцов из полимеров наблюдается значительный (до 6–8 порядков) разброс экспериментальных данных [1, 2]. Особенно это характерно для результатов измерений долговечности. Это обусловлено стохастичностью разрушения материалов, в основе которой лежит стохастичность кинетики развития очагов разрушения в материале и стохастический характер распределения дефектов и элементов структуры полимеров по степени их опасности. Отсюда следует необходимость статистического описания прочности и долговечности полимеров, которое должно составлять основу прогнозирования поведения этого класса материалов.

Полное статистическое описание процесса разрушения должно базироваться на функции распределения значений долговечности  $\phi(t)$  или логарифма долговечности  $\rho(\lg t)$ . Основной задачей статистической теории долговечности является нахождение плотности распределения вероятностей долговечности. Последняя, как будет ясно из дальнейшего, существенно зависит от состояния структуры материала перед его нагружением.

Согласно современным представлениям физики прочности полимеров [1, 2], разрушение этого класса материалов при нагружении происходит в результате развития трещин. При этом, как правило, одна из них (трещина разрушения) опережает в своем развитии остальные и разделяет образец на части.

Таким образом, вероятность  $\phi(t)dt$  того, что долговечность нагруженного образца лежит в ин-

тервале значений времени между  $t$  и  $t + dt$ , равна вероятности того, что в процессе накопления разорванных химических связей трещина разрушения (уже имевшаяся в образце или образовавшаяся в процессе разрушения) достигнет границы образца за время, лежащее в интервале  $t$  и  $t + dt$ .

Процесс накопления разорванных связей должен описываться кинетическим уравнением для вероятности  $P(\mathbf{l}, t)dt$  того, что нагруженный образец будет находиться в состоянии, описываемом необходимым набором некоторых параметров  $\mathbf{l} = (l_1, l_2, \dots, l_n)$  в интервале времени между  $t$  и  $t + dt$ .

Указанное кинетическое уравнение должно учитывать все возможные процессы, протекающие в нагруженном материале и дающие вклад в изменение компонентов  $l_i$  вектора состояний  $\mathbf{l}$  системы: зарождение и рост новых и развитие уже имеющихся трещин, слияние трещин, изменения структуры материала под действием нагрузки, среды, теплового воздействия внешних и внутренних источников тепла, радиации и т. д.

Решение такого кинетического уравнения, даже если бы нам удалось отразить в нем вклады всех перечисленных выше процессов, вряд ли возможно. Поэтому, с нашей точки зрения, более разумным является подход, в рамках которого формулируются и исследуются кинетические уравнения, учитывающие только процессы, дающие наибольший вклад в долговечность материала в наиболее характерных условиях нагружения (эксплуатации) изделий из полимеров.

Экспериментальные данные [1–3] позволяют выделить три типичных состояния материала:

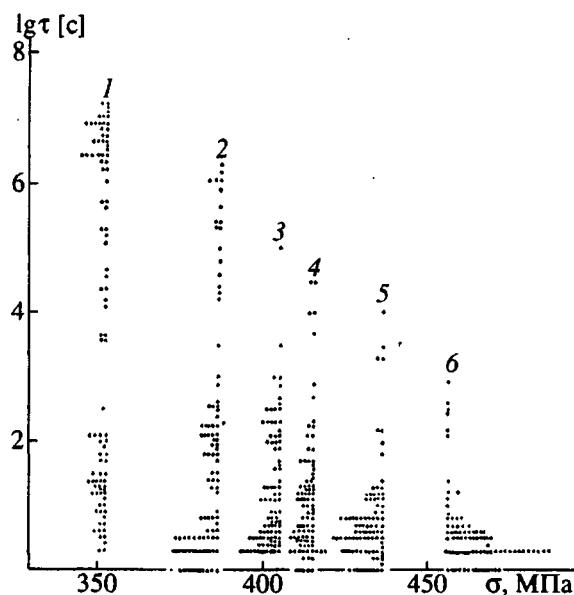


Рис. 1. Диаграмма распределения результатов отдельных измерений долговечности пленок ПЭТФ при 20°C и напряжении 352 (1), 386 (2), 405 (3), 415 (4), 436 (5) и 456 МПа (6). Толщина пленок 16 мкм [13].

материал образца содержит начальные трещины, ориентированные перпендикулярно растягивающей компоненте нагрузки; образец не содержит начальных трещин, но его структура гетерогенна (последнее характерно для любых изделий из полимеров); материал образца имеет хорошо организованную бездефектную (как на молекулярном, так и надмолекулярном уровнях) структуру. Очевидно, что средние значения прочности и долговечности образцов данного материала наименьшие в первом случае и наибольшие в третьем. Поэтому, следуя работе [1], первое состояние будем называть "низкопрочным", второе – "высокопрочным" и третье – "сверхпрочным". Последнее состояние рассматривается как эталонное. Прочность и долговечность образцов в этом состоянии отвечают теоретическим значениям, рассчитанным исходя из представления об идеальности структуры материала (в настоящее время практически недостижимому).

Кинетика хрупкого разрушения низкопрочных образцов подробно исследована экспериментально [1, 2] и изучена теоретически [4–9].

Высокопрочные образцы полимерных материалов (как с аморфной, так и частично кристаллической структурой) разрушаются по следующему сценарию [3]. Основной вклад в кинетику разрушения и долговечность дает процесс накопления субмикротрещин, образующихся в слабых местах структуры материала (например, в аморфных межкристаллитных прослойках, на торцевых стыках фибрill и т.п.). При этом размер субми-

кротрещин задается структурной гетерогенностью материала [3]. После накопления достаточно большого числа субмикротрещин, когда среднее расстояние между ними становится сравнимым с их размером, начинается процесс слияния субмикротрещин, в результате которого образуется трещина разрушения. Теоретические подходы к исследованию процесса разрушения высокопрочных образцов были предложены в работе [3] и развиты в работе [10].

Разрушение сверхпрочных образцов происходит путем зарождения и роста отдельных трещин прежде всего в приповерхностном слое материала, как единственном в этом случае дефекте структуры материала. Долговечность образцов этого типа определяется временем, за которое одна из зародившихся трещин достигнет границ образца [11].

Несмотря на большое число экспериментальных и теоретических работ, посвященных исследованию разрушения полимеров, основное внимание в большинстве из них уделяется разрушению в области достаточно больших растягивающих напряжений σ, где выполняется формула Журкова [12] для средней долговечности

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{U_0 - \gamma\sigma}{kT}\right) \quad (1)$$

Здесь k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура,  $\tau_0$ ,  $U_0$ ,  $\gamma$  – эмпирические постоянные.

В то же время, на наш взгляд, наиболее важной для прогнозирования прочности и долговечности полимеров является область малых напряжений, соответствующая реальным условиям эксплуатации изделий из полимеров, где формула (1) не выполняется. Именно в указанной области растягивающих напряжений стохастичность процесса разрушения оказывает наибольшее влияние на прочность и долговечность полимеров. Об этом свидетельствует также и увеличение разброса экспериментальных данных по долговечности полимеров с уменьшением σ [13] (рис. 1). Принципиален в данном случае вопрос о существовании безопасного растягивающего напряжения, т.е. напряжения  $\sigma_c$ , до достижения которого разрушение материала невозможно.

Таким образом, изложенные соображения указывают на необходимость дальнейшего развития термофлуктуационной теории разрушения полимеров, основы которой были заложены в работах Журкова, Бартенева и их учеников, Гуля с соавторами, путем последовательного учета стохастичности процесса разрушения и его зависимости от структуры материала. Это и составляет основное содержание данной работы, которая построена следующим образом.

В основной части работы рассмотрена кинетика хрупкого и квазихрупкого разрушения, а также долговечность низкопрочных образцов. В Приложениях обсуждаются математические аспекты исследуемых в работе проблем.

### КИНЕТИКА ХРУПКОГО И КВАЗИХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ И ДОЛГОВЕЧНОСТЬ НИЗКОПРОЧНЫХ ОБРАЗЦОВ

Как указано выше, для описания разрушения необходим набор параметров, характеризующих протекание этого процесса в образце. Для образцов, содержащих начальные трещины, такой набор должен состоять из параметров, характеризующих сами трещины (их форму и расположение в образце) и параметров, характеризующих распределение начальных трещин. При этом представляется разумным ограничиться минимально необходимым набором параметров. Такой подход оправдан в том случае, когда среди параметров, описывающих эволюцию трещины, имеется один, релаксирующий медленнее остальных. В работе [14] показано, что для перехода трещины в новое состояние достаточно перехода только части  $\lambda_{\mu}$  фронта трещин, после чего оставшаяся часть фронта переходит в новое положение безактивационно. Это позволяет описать развитие трещины одним параметром  $l$  – характерным размером трещины в направлении ее развития.

Что касается параметров, характеризующих ориентацию трещины в образце, представляется разумным в первом приближении рассматривать только трещины, ориентированные перпендикулярно приложенному напряжению. Эти трещины наиболее опасны в силу того, что локальные растягивающие напряжения у края такой трещины максимальны и дальнейший ее рост в хрупком материале происходит в направлении максимально растягивающего напряжения, т.е. перпендикулярно растягивающему напряжению [2].

Распределение начальных трещин, как объемных, так и поверхностных (краевых), может быть представлено в виде [4, 15]

$$P(l_{i,\mu}, j) = \frac{\bar{N}_{i,\mu}^j}{j!} e^{-\bar{N}_{i,\mu}} \quad (2)$$

Здесь  $P(l_{i,\mu}, j)$  – вероятность того, что в образце имеется  $j$  начальных объемных ( $\mu = v$ ) или краевых трещин ( $\mu = s$ ) длины  $l_{i,v}$  или  $l_{i,s}$  соответственно (далее трещины  $(i, v)$  и  $(i, s)$  типов соответственно);  $\bar{N}_{i,\mu}$  – среднее число трещин соответствующего типа ( $\mu = s, v$ ) в образце. Величины  $\bar{N}_{i,\mu}$  есть функции объема  $V$  образца ( $\mu = v$ ) и его поверхности  $S$  ( $\mu = s$ ) и зависят от технологии изготовления изделия (образца). Эти величины можно

выразить через средние концентрации  $c_{i,\mu}$  трещин  $(i, \mu)$ -типа в исходном готовом материале (если изделие есть часть его):  $\bar{N}_{i,v} = NC_{i,v}\bar{N}_{i,s} = NC_{i,s}$ .

Искомая функция  $\Phi(t)$  выражается через плотность распределения вероятностей разрушения трещиной  $(i, \mu)$ -типа образца за время  $t$ ,  $\Phi_{i,\mu}(t)$ , которая определяется кинетикой совместного роста всех трещин в образце, взаимодействующие друг с другом через поля напряжений, создаваемых возле каждой трещины внешней нагрузкой. Учет этого взаимодействия, усугубляемый к тому же случайным характером расположения трещин в низкопрочных образцах, представляет собой достаточно сложную задачу математической теории трещин. Однако имеются два предельных случая, в которых можно пренебречь взаимодействием трещин [4]. Первый случай – это образцы, имеющие начальные трещины достаточно малых и близких размеров, среднее расстояние между которыми много больше их размеров. Во втором случае имеются трещины с большой начальной длиной, резко отличающейся от размеров остальных трещин в материале. Развитие одной из таких трещин замедляет рост остальных трещин из-за разгрузки материала [1, 2], в результате образец разрушается одной из наибольших (опасных) трещин. Дополнительным аргументом в пользу рассмотрения ансамбля невзаимодействующих трещин является то обстоятельство, что основной вклад в долговечность материала дают начальные стадии развития ансамбля, когда (после практически мгновенного слияния в начальный момент времени нагружения близко расположенных трещин) взаимодействие между остальными еще мало.

Таким образом, в первом приближении функция  $\Phi_{i,\mu}(t)$  может быть найдена на основе решения кинетического уравнения, описывающего рост отдельной трещины без учета влияния на ее рост эволюции других трещин.

В силу термофлуктуационного характера процесса хрупкого разрушения развитие трещины, характеризуемой одним параметром, ее длиной, представляет собой процесс случайных блужданий по узлам  $l_{m,\mu}$  ( $m = i+1, i+2, \dots, k$ ) отрезка прямой  $[l_{i,\mu}, l_{k,\mu}]$ , где  $l_{i,\mu}$  – начальная длина трещины  $(i, \mu)$ -типа, а  $l_{k,\mu}$  – есть либо критическая длина трещины  $(i, \mu)$ -типа  $L_{k,\mu}$ , с которой начинается ее термический рост со скоростью  $v_k \approx 0.38\sqrt{E/\rho_0}$  ( $E$  – модуль Юнга,  $\rho_0$  – плотность материала [2]), либо  $l_{k,\mu} = L_{i,\mu}$  ( $L_{i,\mu}$  – характерный размер образца на пути роста трещины  $(i, \mu)$ -типа, если  $L_{k,\mu} > L_{i,\mu}$ ). И в том, и другом случае состояние  $l_{k,\mu}$  является поглощающим состоянием для случайных блужданий трещины.

Кинетические уравнения, описывающие развитие трещины в материале в диффузионном приближении имеют вид [4]

$$\frac{dP_i(l_{m,\mu}, t)}{dt} = w_+(l_{m-1,\mu})P_i(l_{m-1,\mu}, t) - \\ - [w_+(l_{m,\mu}) + w_-(l_{m,\mu})]P_i(l_{m,\mu}, t) + \\ + w_-(l_{m+1,\mu})P_i(l_{m+1,\mu}, t), \quad (3)$$

$$m = i+1, i+2, \dots, k-1, t > 0$$

$$\frac{dP_i(l_{i,\mu}, t)}{dt} = -w_+(l_{i,\mu})P_i(l_{i,\mu}, t) + \\ + w_-(l_{i+1,\mu})P_i(l_{i+1,\mu}, t), \quad t > 0 \quad (4)$$

$$P_i(l_{k,\mu}, t) = 0, \quad t \geq 0 \quad (5)$$

$$P_i(l_{m,\mu}, 0) = \delta_{mi} \quad (6)$$

Здесь  $P_i(l_{m,\mu}, t)$  – вероятность того, что трещина  $(i, \mu)$ -типа будет иметь в момент времени  $t$  длину  $l_{m,\mu}$  ( $l_{m,\mu} > l_{i,\mu}$ ;  $w_+(l_{m,\mu}), w_-(l_{m,\mu})$  – соответственно частоты переходов  $l_{m,\mu} \rightarrow l_{m+1,\mu}$  и  $l_{m,\mu} \rightarrow l_{m-1,\mu}$ ;  $\delta_{mi}$  – символы Кронекера).

Переходы между возможными состояниями трещины происходят в результате термофлуктуационного разрыва химических связей в области материала, расположенного возле края трещины. Процесс разрушения, связанный с указанными переходами, может иметь локализованный или делокализованный характер [3, 4]. В первом случае развитие трещины происходит в результате разрыва связей непосредственно на границе трещины с материалом, во втором – в результате накопления субмикроскопических трещин в области материала, прилегающего к трещине. В обоих случаях процесс развития трещины имеет термофлуктуационную природу.

Время, за которое трещина  $(i, \mu)$ -типа разрушит образец, есть случайная величина  $\xi_{i,\mu}$ , равная сумме случайной величины  $t_{i,\mu}^{(k)}$  – времени достижения трещиной  $(i, \mu)$ -типа поглощающего состояния  $l_{k,\mu}$ , и не случайной (в смысле кинетики) –  $t_{i,\mu}^{(a)}$  – времени роста трещины на атермической стадии, т.е.  $\xi_{i,\mu} = t_{i,\mu}^{(k)} + t_{i,\mu}^{(a)}$ . Тогда плотность  $\Phi_{i,\mu}(t)$  на основании решения задачи (3)–(6) может быть представлена в виде

$$\Phi_{i,\mu}(t) = P_i(l_{k-1,\mu}, t - t_{i,\mu}^{(a)})w_+(l_{k-1,\mu}), \quad t \geq t_{i,\mu}^{(a)}, \quad (7)$$

где  $P_i(l_{k-1,\mu}, t - t_{i,\mu}^{(a)})w_+(l_{k-1,\mu})dt$  есть вероятность найти трещину  $(i, \mu)$ -типа в момент времени  $t$  в состоянии  $l_{k-1,\mu}$ , которая за время  $dt$  перейдет в состояние  $l_{k,\mu}$ .

Функция распределения значений долговечности в первом из указанных случаев, определяемая как вероятность того, что хотя бы одна из имеющихся начальных трещин разрушит образец, выражается как [4, 15]

$$F(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n_s} \sum_{j=0}^{\infty} P(l_{i,s}, j)(1 - W_{i,s}(t - t_{i,s}^{(a)}))^j \times \\ \times \prod_{m=1}^{n_v} \sum_{j=0}^{\infty} P(l_{m,v}, j)(1 - W_{m,v}(t - t_{m,v}^{(a)}))^j = \quad (8)$$

$$= 1 - \exp \left[ - \sum_{\mu=s, v} \sum_{i=1}^{n_\mu} \bar{N}_{i,\mu} W_{i,\mu}(t - t_{i,\mu}^{(a)}) \right],$$

где

$$W_{i,\mu}(t - t_{i,\mu}^{(a)}) = w_+(l_{k-1,\mu}) \int_0^{t - t_{i,\mu}^{(a)}} P_i(l_{k-1,\mu}, x) dx \quad (9)$$

Суммирование в уравнении (8) ведется по всему возможному набору начальных объемных  $l_{1,v} < l_{2,v} < \dots < l_{n_v,v}$  и поверхностных  $l_{1,s} < l_{2,s} < \dots < l_{n_s,s}$  трещин. В случае  $L_{k,\mu} > L_{i,\mu}$  необходимо в формулах (8) и (9) положить  $t_{i,\mu}^{(a)} = 0$ . Здесь и далее не рассматривается вклад процессов зарождения трещин ввиду малости их вклада в долговечность в тела с начальными трещинами.

Искомая плотность распределения вероятностей значений долговечности находится из выражения (9) дифференцированием по  $t$  и имеет вид [4, 15]

$$\phi(t) = \exp \left[ - \sum_{\mu=s, v} \sum_{i=1}^{n_\mu} \bar{N}_{i,\mu} W_{i,\mu}(t - t_{i,\mu}^{(a)}) \right] \times \\ \times \sum_{\lambda=s, v} \sum_{j=1}^{n_\lambda} \bar{N}_{j,\lambda} \Phi_{i,\lambda}(t) \quad (10)$$

Выясним характер зависимости  $\phi(t)$ . Функции  $P_i(l_{k-1,\mu}, t - t_{i,\mu}^{(a)})$ , как следует из условий (5), (6) и физического содержания математической модели (3)–(6) и полученных нами асимптотик (Приложение 1), имеют максимум при некотором значении  $t = t_{i,\mu}^{(m)}$ , ( $t_{i,\mu}^{(m)} > t_{i+1,\mu}^{(m)}$ ). Тогда функция  $\phi(t)$  представляет собой произведение убывающей функции  $\exp[-\sum_{\mu=s, v} \sum_{i=1}^{n_\mu} \bar{N}_{i,\mu} W_{i,\mu}]$  на функцию  $\sum_{\mu=s, v} \sum_{i=1}^{n_\mu} \bar{N}_{i,\mu} \Phi_{i,\mu}$ , которая имеет в общем случае ряд максимумов, величина и число которых зависит от значений  $\bar{N}_{i,\mu}$  и  $l_{k,\mu} - l_{i,\mu}$ . В ре-

зультате  $\phi(t)$  представляет собой функцию, имеющую ряд убывающих по величине максимумов. Этот результат справедлив также для плотности распределения вероятностей значений логарифма долговечности  $\rho(\lg t)$ , связанной с  $\phi(t)$  соотношением

$$\rho(\lg t) = \phi(10^{\lg t}) \times 10^{\lg t} / \lg e \equiv \phi(t)t / \lg e \quad (11)$$

Поэтому характер зависимости  $\rho(\lg t)$  от  $\lg t$  такой же, как и у функции  $\phi(t)$  от  $t$ , что подтверждается экспериментальными данными (рис. 2).

Отмеченная полимодальность функций распределения  $\phi(t)$  и  $\rho(\lg t)$  наблюдается в образцах достаточно малого объема и малой поверхности. Это связано, по нашему мнению, с тем, что если объем  $V$  или поверхность  $S$  становятся сравнимыми с объемом  $1/C_{i,\mu}$  или площадью поверхности  $1/C_{i,s}$ , приходящимися на одну трещину соответствующего ( $i, \mu$ )-типа в исходном материале, то трещины указанного типа будут содержаться не во всех образцах серии, полученной из данного материала. В результате в образцах будут чаще всего встречаться только трещины того типа, которые с наибольшей вероятностью образуются в исходном материале в заданных технологических условиях. Это приводит к тому, что в образцах некоторого объема и поверхности, малых для некоторого набора начальных трещин (для которых  $\bar{N}_{i,\mu} \leq 1$ ), образуется их дискретный спектр. В результате на кривых распределения  $\phi(t)$  и  $\rho(\lg t)$  появляются максимумы (уровни долговечности [13], рис. 2), соответствующие вкладам начальных трещин отдельных типов. В образцах достаточно большого объема и поверхности (когда для всех  $\bar{N}_{i,\mu}$  выполняется условие  $\bar{N}_{i,\mu} > 1$ ), длины начальных трещин много больше характерного размера структуры  $\lambda_*$ , и именно они дают основной вклад в долговечность образца. Тогда спектр можно рассматривать как непрерывный и кривые распределения становятся унимодальными (рис. 3) [12, 16].

Указанное различие кривых распределения  $\phi(t)$  и  $\rho(\lg t)$  для образцов малых и больших объемов имеет серьезные последствия при прогнозировании долговечности по ее среднему значению, которое и в том и в другом случае в области больших напряжений описывается формулой (1).

Такой прогноз оправдан в случае, когда кривые распределения унимодальны, так как при этом средняя и наиболее вероятная долговечности близки. В образцах малого объема прогноз долговечности должен основываться на наименьшей моде  $\phi(t)$  (или  $\rho(\lg t)$ ), которая в этом случае, очевидно, существенно отличается от средней долговечности.

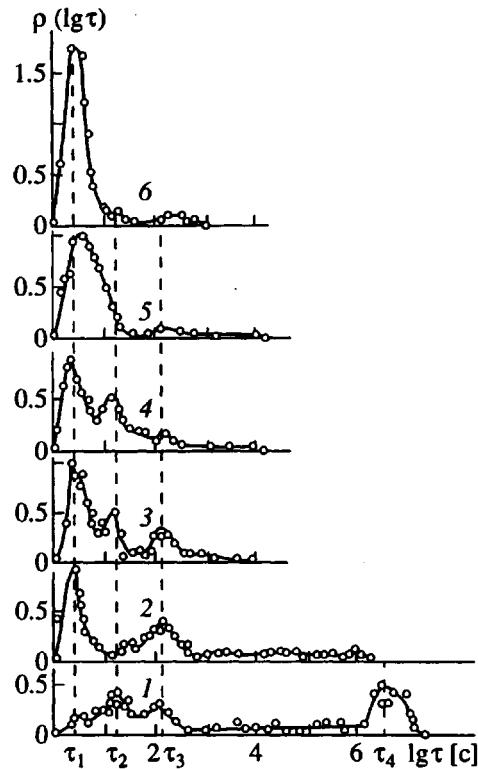


Рис. 2. Кривые распределения логарифма долговечности пленок ПЭТФ при напряжении 352 (1), 386 (2), 405 (3), 415 (4), 436 (5) и 456 МПа (6) [13].

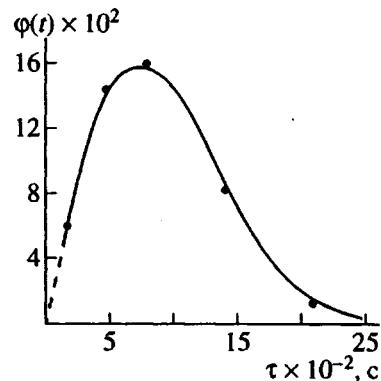


Рис. 3. Эмпирическая плотность распределения вероятностей значений долговечности  $\phi(t)$  низкокропочного целлULOида [12, 16].

Из структуры плотности  $\phi(t)$ , определяемой по формуле (10), следует, что  $\bar{N}_{i,\mu}$  убывают с увеличением  $l_{i,\mu}$ , моды функций  $\phi_{i,\mu} \exp(-\bar{N}_{i,\mu}, W_{i,\mu})$  растут с уменьшением длины трещин ( $i, \mu$ )-типа, а функции  $W_{i,\mu}(t - t_{i,\mu}^{(a)})$  монотонно возрастают. Поэтому вклад трещин малых размеров уменьшается с сокращением  $t$ . Отсюда следует, что основной вклад в наименьшую моду  $\phi(t)$ , а значит и в долговечность дают трещины больших размеров.

Во втором предельном случае функция  $\phi(t)$  может быть представлена в виде [4, 15]

$$\phi(t) = \sum_{\mu=s,v} \sum_{i=1}^{n_\mu} P_{i,\mu} \Phi_{i,\mu}(t), \quad (12)$$

где множители

$$P_{i,\mu} = (1 - \exp(-\bar{N}_{i,\mu})) \times \\ \times \exp \left[ - \sum_{\lambda=s,v} \sum_{\mu=i_\lambda}^{n_\lambda} \bar{N}_{m,\lambda} \right], \quad \mu = s, v \quad (13)$$

$$i_\lambda = \begin{cases} i+1, & \lambda = \mu \\ 1, & \lambda \neq \mu \end{cases}$$

есть вероятности того, что наибольшими трещинами в образце являются трещины  $(i,s)$  и  $(i,v)$ -типов соответственно. Как и в рассмотренном выше случае, основной вклад в долговечность образца также дают наиболее опасные трещины, а не трещины малых размеров, несмотря на то, что число последних намного больше, чем трещин больших размеров. Эти выводы согласуются с имеющимися экспериментальными данными [1, 2].

Во втором предельном случае, когда образец находится в низкопрочном состоянии (первый предельный случай можно отнести к прочному состоянию), средняя долговечность  $\tau$ , определенная как

$$\tau = \int_0^\infty t \phi(t) dt, \quad (14)$$

может быть, согласно (12), представлена так:

$$\tau = \sum_{\mu=s,v} \sum_{i=1}^{n_\mu} P_{i,\mu} (\langle t_{i,\mu} \rangle + t_{i,\mu}^{(a)}) \equiv \sum_{\mu=s,v} \sum_{i=1}^{n_\mu} P_{i,\mu} \tau_{i,\mu}, \quad (15)$$

где среднее время достижения трещиной  $(i,\mu)$ -типа поглощающего состояния

$$\langle t_{i,\mu} \rangle = w_+(l_{k-1,\mu}) \int_0^\infty P_i(l_{k-1,\mu}, t) t dt, \quad (16)$$

а  $\tau_{i,\mu} = \langle t_{i,\mu} \rangle + t_{i,\mu}^{(a)}$  "парциальные" долговечности, каждая из которых есть среднее время, за которое трещина  $(i,\mu)$ -типа разрушает образец. Для каждой из этих долговечностей может быть получено точное аналитическое выражение из формул (3)–(6) (Приложение 2). Согласно работам [4, 17, 18],

$$\tau_{i,\mu} = \sum_{m=i}^{k-1} \frac{1}{w_+(l_{m,\mu})} \left[ 1 + \sum_{j=m+1}^{k-1} \prod_{n=m+1}^j \frac{w_-(l_{n,\mu})}{w_+(l_{n,\mu})} \right] + \\ + t_{i,\mu}^{(a)} \equiv \langle t_{i,\mu} \rangle + t_{i,\mu}^{(a)} \quad (17)$$

Как видно из выражения (17), величины  $\tau_{i,\mu}$  определяются частотами элементарных актов процес-

са разрушения – разрывом и восстановлением связей на фронте трещины. Частоты этих процессов  $w_+$  и  $w_-$  при хрупком и квазихрупком разрушении в изотермических условиях в соответствии с теорией флюктуаций определяются минимальной работой  $\Delta W_{min}$ , которую необходимо затратить для перехода системы из одного метастабильного состояния в другое. При постоянной нагрузке, приложенной к поверхности образца,  $\Delta W_{min}$  определяется соответствующим изменением термодинамического потенциала  $\Delta\Phi$  системы. Действительно, следуя работе [19],  $\Delta W_{min}$  можно представить в виде

$$\Delta W_{min} = \Delta E_c - T \Delta S_c - \Delta A, \quad (18)$$

где  $\Delta E_c$  и  $\Delta S_c$  – изменение энергии и энтропии системы при переходе из одного состояния в другое;  $\Delta A$  – работа, совершаемая при этом средой (внешней нагрузкой). В соответствии с теоремой Клапейрона, изменение упругой энергии образца  $\Delta W_y$  в рассматриваемом случае связано с  $\Delta A$  соотношением

$$\Delta W_y = \frac{1}{2} \Delta A = \frac{1}{2} \Delta \left( \int_s \bar{p} \bar{u} ds \right) \quad (19)$$

Здесь  $\bar{p}$  – сила, приходящаяся на единицу площади поверхности образца;  $\bar{u}$  – смещение точки поверхности образца от свободного состояния;  $ds$  – элемент поверхности. Так как  $W_y = \frac{1}{2} \int_v \sigma_{ik} u_{ik} dv$  [19], из уравнения (19) получим, что

$$\Delta A = \Delta \left( \int_v \sigma_{ik} u_{ik} dv \right) \quad (20)$$

( $\sigma_{ik}$  и  $u_{ik}$  – соответственно тензоры напряжений и деформаций).

С учетом формулы (20) выражение (18) можно представить следующим образом:

$$\Delta W_{min} = \Delta\Phi, \quad (21)$$

где термодинамический потенциал образца

$$\Phi = E_c - TS_c - \int_v \sigma_{ik} u_{ik} dv \quad (22)$$

Тогда в рамках теории флюктуаций частоты элементарных актов процесса разрушения имеют вид [4, 18]

$$w_+(l_{j,\mu}) = v \exp \left[ - \frac{\Delta\Phi^+(l_{j,\mu}, \sigma)}{kT} \right], \quad (23)$$

$$j = i, i+1, \dots, k,$$

$$w_-(l_{j,\mu}) = v' \exp \left[ - \frac{\Delta\Phi^-(l_{j,\mu}, \sigma)}{kT} \right], \quad (24)$$

$$j = i+1, i+2, \dots, k-1$$

В приведенных уравнениях  $\Delta\Phi^+$  и  $\Delta\Phi^-$  – термодинамические потенциалы активации разрыва и восстановления связей на фронте трещины соответственно;  $v$  и  $v'$  – частотные множители, рассчитываемые исходя из молекулярного механизма разрыва связей [20].

Как показано в работах [4, 18], эти частоты с учетом принципа детального равновесия связаны соотношением

$$w_-(l_{j,\mu} + \lambda_j^*) = w_+(l_{j,\mu}) \exp \left[ -\frac{\lambda_j^* \partial \Delta\Phi(l, \sigma)}{kT} \right]_{l=l_{j,\mu}} \quad (25)$$

Здесь  $\Delta\Phi(l, \sigma)$  – изменение термодинамического потенциала образца при образовании в нем трещины размером  $l$ ;  $\lambda_j^*$  – флуктуационное перемещение участка  $\lambda_\pi$  фронта трещины, обеспечивающее ее дальнейший безактивационный переход в соседнее состояние;  $l_{j,\mu} \pm \lambda_j^* = l_{j \pm 1,\mu}$ .

На рис. 4 представлены результаты расчета средней долговечности пленки ПММА при одноосном растяжении постоянной нагрузкой при 293 К в зависимости от величины нагрузки. Предполагали, что причиной разрушения является краевая трещина, резко выделяющаяся своими размерами среди остальных. В связи с этим в уравнении (15) учитывали только одно слагаемое с номером  $i = n_s$ ; множители перед  $\tau_{n_s,s}$  были приняты равными единице.

Выражение для  $\Delta\Phi^+$  в соответствии с экспериментальными данными и результатами теоретических исследований [1, 2] было принято в виде [4]

$$\Delta\Phi^+(l_{j,\mu}, \sigma) = U - V_a \sigma^*(l_{j,\mu}, \sigma), \quad (26)$$

$$j = i, i+1, \dots, k,$$

где  $U = \Delta\Phi^+(\sigma = 0)$  – энергия активации разрыва связей в отсутствие напряжений;  $V_a$  – флуктуационный объем [3, 7];  $\sigma^*(l_{j,\mu}, \sigma)$  – напряжение на фронте трещины в области флюктуации.

Величина  $\Delta\Phi(l, \sigma)$  для краевой трещины и плосконапряженного состояния может быть, согласно работам [4, 24], представлена формулой

$$\Delta\Phi(l, \sigma) = -\frac{\pi \sigma^2 \lambda_\pi}{2E} (l^2 - l_{i,s}^2) + 2\alpha_n \lambda_\pi (l - l_{i,s}) -$$

$$- 2\lambda_m \lambda_\pi \int_{l_{i,s}}^l \sigma^*(l', \sigma) dl' \quad (27)$$

Здесь  $E$  – модуль Юнга;  $\alpha_n = \alpha_n^*$  ( $\sigma^* = 0$ ) – удельная свободная поверхностная энергия ненапряженного материала;  $\lambda_m$  – коэффициент с размерностью

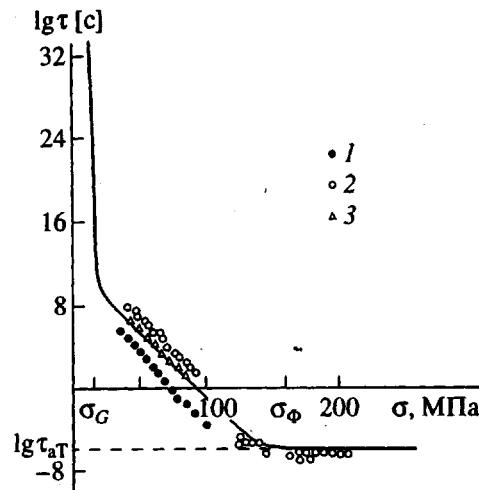


Рис. 4. Изотерма долговечности пленки ПММА при 293 К;  $\sigma = 16.7$  МПа. Сплошная линия – теоретическая кривая, рассчитанная по формулам (15), (17); точки 1–3 – экспериментальные данные по работам [21–23].

длины, характеризующий влияние локального напряжения на величину  $\alpha_n^*$  [4, 24] ( $\alpha_n^* = \alpha_n - \lambda_m \sigma^*$ ), он может быть связан с величиной предразрывного удлинения связей [4, 20].

Локальное напряжение определяется выражением [1, 2]

$$\sigma^*(l, \sigma) \approx \sigma (1 + \chi_{\mu} \sqrt{l/\lambda_*}), \quad l \geq 0, \quad (28)$$

где  $\chi = \chi_s = 0.79$  для краевой трещины [2];  $\lambda_j^* = \lambda_*$ , т.е. все  $\lambda_j^*$  приняты при расчете постоянными.

Критический рост трещины наступает тогда, когда  $\Delta\Phi^+ = 0$  [1, 2]. С учетом формулы (28) это приводит к следующему выражению для  $L_{k,\mu}$ :

$$L_{k,\mu} = \lambda_* \left[ \frac{1}{\chi_{\mu}} \left( \frac{U}{V_a \sigma} - 1 \right) \right]^2, \quad \mu = s, v \quad (29)$$

Представленная на рис. 4 изотерма долговечности получена при  $U_0 = 134$  кДж/моль,  $V_a = 1.4 \times 10^{-28}$  м,  $\lambda_* = 23 \times 10^{-10}$  м,  $\lambda_\pi = 8 \times 10^{-10}$  м, межмолекулярное расстояние  $\lambda_0 = 4 \times 10^{-10}$  м, ширина образца  $L = 3 \times 10^{-3}$  м,  $v_k = 700$  м/с,  $v = 10^{13}$  с<sup>-1</sup>,  $l_{n_s,s} = l_0 = 1.76 \times 10^{-7}$  м; коэффициент температурной зависимости энергии активации  $q$  в формуле  $U = U_0 - qT$  [1, 2] равен 17 Дж/моль К.

При построении изотермы долговечности было учтено, что испытания проводили выше температуры хрупкости ПММА ( $T_{xp} = 244$  К) [1, 2] для данного режима нагружения. В таком случае,

как показали экспериментальные [25] и теоретические [26] исследования, разрушению предшествует образование узкой клиновидной зоны видоизмененного материала вблизи фронта трещины. Эта зона представляет собой область, в которой полимерные цепи приобретают большую, чем в менее растянутых областях материала, подвижность, что характерно для высокоэластической деформации [27]. Полученные в работе [26] размеры области высокоэластической деформации оказались близкими к приближенному решению Дагдейла [28], следуя которому область высокоэластической деформации у фронта трещины можно считать просто областью разрыва упругого смещения, а решение задачи по определению локального напряжения, смещений и деформаций в ней искать в классе разрывных решений теории упругости. Это учтено в формуле (28), где под  $\lambda_*$  понимается характерный (зависящий от температуры) размер области вынужденной высокоэластической деформации. Параметры  $\lambda_\pi$ , а также  $\lambda_j^*$  при хрупком разрушении, рассчитываются с учетом строения полимера  $\lambda_\pi = 2\lambda_0$  для неориентированного полимера и  $\lambda_\pi = \lambda_0$  для ориентированного; соответственно  $\lambda_* = 3\lambda_0$  и  $\lambda_* = \lambda_0$  [1, 2].

Как видно из рис. 4, на зависимости  $\lg \tau$  от  $\sigma$  можно выделить три различные области. Это обусловлено следующими причинами. В области напряжений  $(\sigma_g, \sigma_\Phi)$ , которые определяются условиями  $\partial\Delta\Phi/\partial l = 0$ , ( $w_+ = w_-$ ) и равенством первого и второго членов в уравнении (17), восстановлением разорванных связей можно пренебречь, и  $\tau \approx \sum_{m=1}^{k-1} 1/w_+(l_{m,\mu})$ . Оценка этой суммы приводит к выражению [1, 2, 4]

$$\tau = \tau_0 \exp \left[ \frac{U - \gamma \sigma}{kT} \right], \quad (30)$$

где  $\tau_0 = 2kTl_0/vV_a\beta\lambda_*\sigma$ ;  $\beta = 1 + \chi\sqrt{l_0/\lambda_*}$ ; коэффициент концентрации напряжений  $\gamma = V_a\beta$ , который по форме совпадает с формулой (1).

В области напряжений  $(0, \sigma_G)$  необходимо учитывать восстановление разорванных связей. Вклад этих элементарных актов, возрастающий с уменьшением  $\sigma$ , ведет к резкому увеличению  $\tau$  при  $\sigma \rightarrow 0$  в соответствии с асимптотикой, установленной в работах [4, 18].

В области напряжений  $(\sigma_\Phi, \sigma_k)$ , [4], где

$$\sigma_\Phi = \sigma_k - \frac{kT}{V_a\beta \lg e} \lg(Lv/v_k) \quad (31)$$

$$\tau \approx \frac{L_k - l_0 + \lambda_*}{\lambda_* v} \exp \left( \frac{U - \gamma \sigma}{kT} \right) + \frac{L - L_k}{v_k}, \quad (32)$$

происходит постепенный переход от термофлуктуационного к атермическому характеру разрушения, который в чистом виде реализуется в области напряжений  $(\sigma_k, \infty)$ , где критическое напряжение определяется из условия  $\Delta\Phi^* = 0$ . С учетом формул (26) и (28) это приводит к выражению

$$\sigma_k = \frac{U}{V_a\beta} \quad (33)$$

Долговечность при этом равна, очевидно,  $\tau = t^{(a)}$ .

## ВЫВОДЫ

Сформулирована концепция прочностных состояний образцов полимерных материалов в зависимости от характера и степени дефектности их структуры.

Исследована кинетика хрупкого разрушения и долговечность образцов, находящихся в низко-прочном состоянии, найдена функция распределения значений долговечности, исходя из предложенных уравнений статистической кинетики процесса разрушения материалов, содержащих начальные трещины.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Асимптотики $\Phi_{i,\mu}(t)$

Найдем асимптотическое поведение при малых  $t/\tau \ll 1$  и больших  $t/\tau \gg 1$  значениях времени функций  $P_i(l_{m,\mu}, t)$ , удовлетворяющих задаче (3)–(6). Для этого преобразуем выражения (3)–(6) по Лапласу–Карсону [29]

$$\begin{aligned} & \bar{P}_i(l_{m+1,\mu}, s)w_-(l_{m+1,\mu}) - \bar{P}_i(l_{m,\mu}, s) \times \\ & \times (w_+(l_{m,\mu}) + w_-(l_{m,\mu}) + s) + \bar{P}_i(l_{m-1,\mu}, s) \times \quad (1.1) \\ & \times w_+(l_{m-1,\mu}) = 0, \quad m = i+1, i+2, \dots, k-1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bar{P}_i(l_{i+1,\mu}, s)w_-(l_{i+1,\mu}) - \\ & - \bar{P}_i(l_{i,\mu}, s)(w_+(l_{i,\mu}) + s) = -s \quad (1.2) \end{aligned}$$

$$\bar{P}_i(l_k, s) = 0 \quad (1.3)$$

Здесь

$$\bar{P}_i(l_{m,\mu}, s) = s \int_0^\infty e^{-st} P_i(l_{m,\mu}, t) dt \quad (1.4)$$

— изображение по Лапласу–Карсону функции  $P_i(l_{m,\mu}, t)$ .

Решение системы (1.1)–(1.3) ищем методом прогонки [30], в соответствии с которым

$$\begin{aligned} & \bar{P}_i(l_{m,\mu}, s) = \bar{A}(l_{m+1,\mu}, s)\bar{P}_i(l_{m+1,\mu}, s) + \\ & + \bar{B}(l_{m+1,\mu}, s), \quad m = i+1, i+2, \dots, k-1, \quad (1.5) \end{aligned}$$

где

$$\bar{A}(l_{m+1,\mu}, s) = w_-(l_{m+1,\mu})/(w_+(l_{m,\mu}) + w_-(l_{m,\mu})) + \\ + s - w_+(l_{m-1,\mu})\bar{A}(l_{m,\mu}, s)) \quad (1.6)$$

$$\bar{B}(l_{m+1,\mu}, s) = \frac{w_+(l_{m-1,\mu})}{w_-(l_{m+1,\mu})}\bar{B}(l_{m,\mu}, s)\bar{A}(l_{m+1,\mu}, s) \quad (1.7)$$

$$m = i+1, i+2, \dots, k-1$$

$$\bar{A}(l_{i,\mu}, s) = \frac{w_-(l_{i+1,\mu})}{w_+(l_{i,\mu}) + s}, \quad (1.8)$$

$$\bar{B}(l_{i,\mu}, s) = \frac{s}{s + w_+(l_{i,\mu})} \quad (1.9)$$

Из выражения (1.5) с учетом формулы (1.3) имеем при  $m = k-1$

$$\bar{P}_i(l_{k-1,\mu}, s) = \bar{B}(l_{k,\mu}, s) \quad (1.10)$$

Асимптотике  $P_i(l_{k-1,\mu}, t)$  при малых  $t$  соответствует асимптотика  $\bar{P}_i(l_{k-1,\mu}, s)$  при  $s \rightarrow \infty$  [29]. Так как при  $s \rightarrow \infty$   $\bar{A}(l_{i,\mu}, s) = w_-(l_{i+1,\mu})/s$ , а  $\bar{B}(l_{i,\mu}, s) = 1$ , согласно выражениям (1.8), (1.9), в рассматриваемом случае имеем из формул (1.6), (1.7)

$$\bar{A}(l_{m+1,\mu}, s) = \frac{w_-(l_{m+1,\mu})}{s} \quad (1.11)$$

$$\bar{B}(l_{m+1,\mu}, s) = \prod_{j=i}^{m-1} w_+(l_{j,\mu})/s^{\frac{l_{m,\mu}-l_{i,\mu}}{\lambda_*}} \quad (1.12)$$

Из уравнения (1.12) при  $m = k-1$  получим

$$\bar{P}_i(l_{k-1,\mu}, s) \equiv \bar{B}(l_{k,\mu}, s) = \\ = \prod_{j=i}^{k-2} w_+(l_{j,\mu})/s^{\frac{l_{k-1,\mu}-l_{i,\mu}}{\lambda_*}}, \quad (1.13)$$

откуда, переходя к оригиналу, находим искомую асимптотику  $P_i(l_{k-1,\mu}, t)$ , а затем, согласно формуле (9),  $\Phi_{i,\mu}(t)$  при малых  $t$

$$\Phi_{i,\mu}(t) \approx \prod_{j=i}^{k-1} w_+(l_{j,\mu}) \times \\ \times (t - t_{i,\mu}^{(a)})^{\frac{l_{k-1,\mu}-l_{i,\mu}}{\lambda_*}} / \left( \frac{l_{k-1,\mu}-l_{i,\mu}}{\lambda_*} \right) \quad (1.14)$$

Асимптотика  $P_i(l_{k-1,\mu}, t)$  при больших  $t$  определяется асимптотикой  $\bar{P}_i(l_{k-1,\mu}, s)$  при  $s \rightarrow 0$ .

Из выражений (1.6)–(1.9) по индукции легко доказывается, что при  $s \rightarrow 0$

$$\bar{A}(l_{m+1,\mu}, s) = \frac{w_-(l_{m+1,\mu})(1 + q_{m-1,\mu}^{(i)}s)}{w_+(l_{m,\mu})(1 + q_{m,\mu}^{(i)}s)} \quad (1.15)$$

$$\bar{B}(l_{m+1,\mu}, s) = \frac{s}{w_+(l_{m,\mu})(1 + q_{m,\mu}^{(i)}s)}, \quad (1.16)$$

$$m = i+1, i+2, \dots, k-1,$$

где

$$q_{m,\mu}^{(i)} = \sum_{v=i}^m \frac{1}{w_+(l_{v,\mu})} \left[ 1 + \sum_{j=v+1}^m \prod_{\lambda=v+1}^j \frac{w_-(l_{\lambda,\mu})}{w_+(l_{\lambda,\mu})} \right], \quad (1.17)$$

$$m = i+1, i+2, \dots, k-1$$

Полагая в формуле (1.16)  $m = k-1$ , получим, переходя к оригиналу, искомую асимптотику  $P_i(l_{k-1,\mu}, t)$  и, следовательно, в соответствии с выражением (9),  $\Phi_{i,\mu}(t)$  при  $t/\tau \gg 1$

$$\Phi_{i,\mu}(t) \approx \exp[-(t - t_{i,\mu}^{(a)})/\tau_{k,i}] / \tau_{k,i}, \quad (1.18)$$

где  $\tau_{k,i} = q_{k-1,\mu}$  – среднее время, за которое начальная трещина  $(i, \mu)$ -типа достигнет поглощающего состояния.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Вычисление $\tau_{i,\mu}$

Для вычисления  $\tau_{i,\mu}$  (формула (17)) заметим, что

$$\tau_{i,\mu} = w_+(l_{k-1,\mu}) \int_0^\infty t P_i(l_{k-1,\mu}, t - t_{i,\mu}^{(a)}) dt = \\ = w_+(l_{k-1,\mu}) \int_0^\infty \eta P_i(l_{k-1,\mu}, \eta) d\eta + t_{i,\mu}^{(a)}, \quad (2.1)$$

где учтено, что  $w_+(l_{k-1,\mu}) \int_0^\infty P_i(l_{k-1,\mu}, \eta) d\eta = 1$ . Таким образом, для определения  $\tau_{i,\mu}$  необходимо найти величину  $\Psi_{k-1,\mu}^{(i)} = \int_0^\infty \eta P_i(l_{k-1,\mu}, \eta) d\eta$ . С этой целью умножим уравнения (3), (4) на  $t$  и проинтегрируем по  $t$  от 0 до  $\infty$ . В результате получим разностное уравнение

$$J_{n-1,\mu}^{(i)} - J_{n,\mu}^{(i)} = -Q_{n,\mu}^{(i)} \quad (2.2)$$

с граничным условием

$$J_{i,\mu}^{(i)} = Q_{i,\mu}^{(i)} \quad (2.3)$$

Здесь

$$J_{n,\mu}^{(i)} = w_+(l_{n,\mu})\Psi_{n,\mu}^{(i)} - w_-(l_{n+1,\mu})\Psi_{n+1,\mu}^{(i)} \quad (2.4)$$

$$Q_{n,\mu}^{(i)} = \int_0^{\infty} P_i(l_{n,\mu}, t) dt \quad (2.5)$$

$$\Psi_{n,\mu}^{(i)} = \int_0^{\infty} t P_i(l_{n,\mu}, t) dt, \quad (2.6)$$

$$n = i+1, i+2, \dots, k-1$$

Решение разностной задачи (2.2)–(2.3) имеет вид

$$J_{n,\mu}^{(i)} = \sum_{m=i}^n Q_{m,\mu}^{(i)}, \quad n = i, i+1, \dots, k-1 \quad (2.7)$$

Для определения неизвестных величин  $Q_{n,\mu}^{(i)}$  проинтегрируем выражения (3), (4) по  $t$  от 0 до  $\infty$ . С учетом начального условия (6) и того, что  $P_i(l_{n,\mu}, \infty) = 0$ , получим следующую разностную задачу:

$$A_{n-1,\mu}^{(i)} = A_{n,\mu}^{(i)}, \quad n = i+1, i+2, \dots, k-1 \quad (2.8)$$

$$A_{i,\mu}^{(i)} = 1, \quad (2.9)$$

где

$$A_{n,\mu}^{(i)} = w_+(l_{n,\mu})Q_{n,\mu}^{(i)} - w_-(l_{n+1,\mu})Q_{n+1,\mu}^{(i)} \quad (2.10)$$

Решение разностной задачи (2.2)–(2.3) таково:

$$A_{n,\mu}^{(i)} = 1, \quad n = i+1, i+2, \dots, k-1 \quad (2.11)$$

Тогда величина  $Q_{n,\mu}^{(i)}$  удовлетворяет разностному уравнению

$$Q_{n,\mu}^{(i)} = \frac{1}{w_+(l_{n,\mu})} + \frac{w_-(l_{n+1,\mu})}{w_+(l_{n,\mu})} Q_{n+1,\mu}^{(i)}, \\ n = i, i+1, \dots, k-1,$$

решая которое при условии  $Q_{k,\mu}^{(i)} = 0$ , вытекающем из формулы (5), получим

$$Q_{n,\mu}^{(i)} = \frac{1}{w_+(l_{n,\mu})} \left[ 1 + \sum_{j=n+1}^{k-1} \prod_{m=n+1}^j \frac{w_-(l_{m,\mu})}{w_+(l_{m,\mu})} \right], \quad (2.12) \\ n = i, i+1, \dots, k-1$$

В силу того что  $\Psi_{k,\mu}^{(i)} = 0$ , в соответствии с формулой (5), из выражения (2.4) следует, что  $J_{k-1,\mu}^{(i)} = w_+(l_{k-1,\mu})\Psi_{k-1,\mu}^{(i)} = \langle t_{i,\mu} \rangle$  и, следовательно, с учетом уравнения (2.1)

$$\tau_{i,\mu} = J_{k-1,\mu}^{(i)} + t_{i,\mu}^{(a)} \quad (2.13)$$

Подставляя в формулу (2.13) уравнение (2.7), а затем (2.12), получим искомое выражение (17) для  $\tau_{i,\mu}$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бартенев Г.М. Прочность и механизм разрушения полимеров. М.: Химия, 1984.
- Карташов Э.М. // Итоги науки и техники. Серия Химия и технология высокомолекулярных соединений. 1991. Т. 27.
- Тамуж В.П., Куксенко В.С. Микромеханика разрушения полимерных материалов. Рига: Зинатне, 1978.
- Шевелев В.В. Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: МИТХТ им. М.В. Ломоносова, 1993.
- Petrov V.A., Orlov A.N. // Int. Journ. Fract. 1975. V. 11. № 5. P. 881.
- Petrov V.A., Orlov A.N. // Int. Journ. Fract. 1976. V. 12. № 12. P. 231.
- Петров В.А. // Физика твердого тела. 1976. Т. 18. № 5. С. 1290.
- Петров В.А. // Физика твердого тела. 1979. Т. 21. № 12. С. 3681.
- Петров В.А. // Физика твердого тела. 1981. Т. 23. № 12. С. 3581.
- Шевелев В.В., Карташов Э.М. // Проблемы прочности. 1990. № 3. С. 9.
- Котон Н.М., Прокопчук Н.Р., Коржавин Л.Н., Френкель С.Я. // Докл. АН СССР. 1976. Т. 230. № 5. С. 1110.
- Журков С.Н., Нарзуллаев Б.Н. // Журн. техн. физики. 1953. Т. 23. № 10. С. 1677.
- Бартенев Г.М., Каримов С.Н., Нарзуллаев Б.Н., Цой Б., Шерматов Д. // Высокомолек. соед. А. 1982. Т. 24. № 9. С. 1981.
- Kanninen M.F., Gehlen P.S. // Interatomic Potentials and Simulation of Lattice Defects. New York, 1972. P. 113.
- Шевелев В.В., Карташов Э.М. // Проблемы прочности. 1993. № 9. С. 56.
- Журков С.Н., Томашевский Э.Е., Санфирова Г.П. // Журн. техн. физики. 1953. Т. 23. С. 933.
- Шевелев В.В., Карташов Э.М. // Физ. хим. механика материалов. 1988. № 6. С. 49.
- Шевелев В.В., Карташов Э.М. // Докл. АН СССР. 1989. Т. 306. № 6. С. 1425.
- Ландау Л.Д., Лишин Е.М. Статистическая физика. М.: Наука, 1976. Ч. 1.
- Шевелев В.В., Карташов Э.М. // Высокомолек. соед. А. 1993. Т. 35. № 4. С. 443.
- Журков С.Н. // Вестн. АН СССР. 1968. № 3. С. 46.
- Златин Н.А., Воловец Л.Д., Пугачев Г.С. // Письма в ЖТФ. 1978. Т. 4. № 4. С. 451.
- Песчанская Н.Н., Степанов В.А. // Физика твердого тела. 1965. Т. 7. № 10. С. 2962.
- Карташов Э.М., Шевелев В.В., Валишин А.А., Бартенев Г.М. // Высокомолек. соед. А. 1986. Т. 28. № 4. С. 805.

25. Бессонов М.Н. // Успехи физ. наук. 1964. Т. 83. № 1. С. 107.
26. Кудрявцев Б.А., Парトン В.З., Песков Ю.А., Черепанов Г.П. // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1970. № 1. С. 60.
27. Аскадский А.А. Деформация полимеров. М.: Химия, 1973.
28. Dugdale D.S.I. // J. Mech. Phys. Solids. 1960. V. 8. № 2. P. 100.
29. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. М.: Наука, 1974.
30. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
31. Евграфов М.А. Асимптотические оценки и целевые функции. М.: Наука, 1979.
32. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.

## Some Statistical Aspects of Brittle Fracture and Durability of Polymers. Cracked Materials

V. V. Shevelev and E. M. Kartashov

*Lomonosov State Academy of Fine Chemical Technology  
pr. Vernadskogo 86, Moscow, 117571 Russia*

**Abstract**—A concept of the strength state of a polymer, depending on the character and density of structural defects, is formulated. It is suggested that a polymer may occur in one of the three possible conditions, corresponding to low-, high-, or superhigh-strength states. The kinetics of brittle and quasibrittle fracture was studied, and the average durability of samples occurring in the low-strength state was determined. A distribution function for the durability values is determined, which takes into account a stochastic character of the fracture process.