

© 1991 г. Ал. Ал. Берлин, Л. Ротенбург, Р. Басэрст

**СТРУКТУРА ИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ
С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ
ПУАССОНА**

Сформулировано условие, необходимое для возникновения отрицательного коэффициента Пуассона в твердых телах, состоящих из взаимодействующих частиц: тангенциальная жесткость в точке контакта частиц друг с другом должна быть больше нормальной жесткости. Предложена возможная конструкция такого тела и объяснение экспериментальных данных для специальных пеноматериалов.

Хорошо известно [1], что ограничения на коэффициент Пуассона ν , которые накладывают общие законы термодинамики, имеют вид $-1 < \nu < -0,5$. Однако окружающая нас природа до сих пор не давала нам примеров изотропных материалов с отрицательным коэффициентом Пуассона. Верхним пределом $\nu \approx 0,5$ обладает резина, а известным нижним для изотропных материалов $\nu \approx 0$ — натуральная пробка. Так что фактические пределы для коэффициента Пуассона считались $0 < \nu < 0,5$. Для анизотропных кристаллов [2–5] известны случаи отрицательных коэффициентов Пуассона в одном из направлений. Недавно [6] появилось сообщение о синтезе специальным способом полимерного пеноматериала с $\nu = -0,7$. Однако объяснение этого явления, приведенное в работе [6], кажется нам неудовлетворительным. Ниже мы рассмотрим возможную структурную интерпретацию материалов с отрицательным коэффициентом Пуассона.

Заметим, что материалы с $\nu = 0,5$ (например, резина) сохраняют в процессе деформации свой объем, изменяя форму. Кроме того, гипотетические материалы с коэффициентом Пуассона $\nu = -1$ должны сохранять форму, существенно изменения объем при деформации. В частности, цилиндр из материала с $\nu < 0$ при одноосном сжатии вдоль оси сжимается и в поперечном, радиальном направлении, и наоборот, при растяжении вдоль оси увеличивается и его диаметр. Такие материалы могли бы представить большой практический интерес. Например, они могли бы быть прекрасными герметиками, иметь существенно большее, чем обычные материалы, сопротивление внедрению в них других твердых тел и распространению трещин (высокую вязкость разрушения) и т. д.

Впервые о возможности существования тел с $\nu < 0$ и анализ необходимых для этого условий были сообщены в работе [7]. Было рассмотрено механическое поведение случайно упакованных сфер (дисков в двумерном пространстве), взаимодействующих друг с другом в месте контакта двумя типами сил: нормальных к плоскости контакта (центральные) и тангенциальных (трение) (рис. 1). Предполагалось, что нормальные f_n и тангенциальные f_t силы пропорциональны соответствующим смещениям δ_n , δ_t от положения равновесия: $f_n = k_n \delta_n$ и $f_t = k_t \delta_t$, где k_n и k_t — нормальная и тангенциальная жесткости. Это — линейное приближение. Было показано, что для такого тела коэффициент Пуассона зависит от отношения тангенциальной и нормальной жесткостей, $\lambda = k_t/k_n$, и равен

$$\nu = \frac{1-\lambda}{4+\lambda} \quad (1)$$

для трехмерного и

$$\nu = \frac{1-\lambda}{3+\lambda} \quad (2)$$

для двумерного тела.

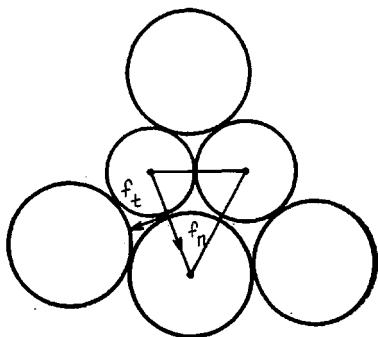


Рис. 1

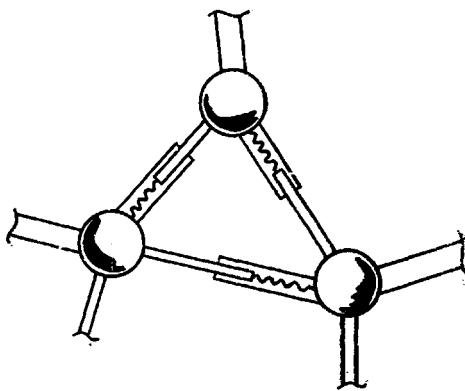


Рис. 2

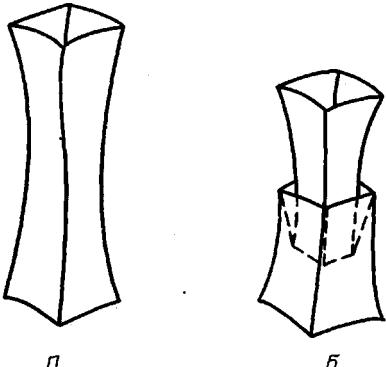


Рис. 3

Рис. 1. Схема тела, состоящего из взаимодействующих частиц

Рис. 2. Элемент конструкции с $v = -1$

Рис. 3. Схема элемента структуры пеноматериала до (a) и после специальной обработки (б)

Затем этот результат был подтвержден методом компьютерного моделирования для двумерного случая [8]. При $\lambda=0$, $v=-\frac{1}{4}$, что совпадает с результатом, полученным еще самим Пуассоном, для ансамбля частиц с центральными силами. С ростом λ коэффициент Пуассона уменьшается, при $\lambda=1$ $v=0$, а при $\lambda \rightarrow \infty$ стремится к -1 . Этот результат может быть легко понят, если рассмотреть изменение треугольника, соединяющего центры соседних взаимодействующих частиц (рис. 1), в процессе деформации всего тела. Большое значение λ , т. е. высокая тангенциальная жесткость по сравнению с нормальной, означает, что при любой деформации должны сохраняться углы рассматриваемого треугольника. Сохранение углов треугольника при деформации означает, что при этом изменения всех сторон пропорциональны (условие подобия), а это в свою очередь соответствует тому, что для такого тела $v=-1$. Подобное рассуждение можно распространить на все тело только в том случае, если все оно состоит сплошь из связанных треугольников. Действительно, результаты компьютерного моделирования [8] совпадают с формулой (2) при координационном числе 6 для плоской задачи.

Полученный результат позволяет понять, почему в окружающем нас мире отсутствуют (или очень редки) тела с $v < 0$. Дело в том, что все известные потенциалы взаимодействия атомных и молекулярных частиц друг с другом или центральные, или значительно жестче в нормальном, нежели в тангенциальном направлении: например, жесткость химических связей выше жесткости валентных углов и т. д. ($\lambda < 1$).

Решение задачи [9] для деформации двух упругих сферических тел с абсолютной адгезией показывает, что отношение тангенциальной и нормальной

мальной жесткостей зависит от коэффициента Пуассона материала, из которого сделаны сферы, и может стать больше единицы ($\lambda > 1$) лишь в том случае, если коэффициент Пуассона этого материала сам отрицательный ($\nu < 0$).

Таким образом, для создания изотропного тела с $\nu < 0$ необходимо иметь либо потенциал взаимодействия между соседними частицами, либо такой элемент конструкции, соединяющий случайно расположенные узлы, которые бы обеспечили слабую нормальную жесткость по сравнению с тангенциальной (сдвиг или изгиб). Примером такого тела может быть конструкция из жестких узлов с жесткими углами, соединенными друг с другом элементами типа телескопической антенны (рис. 2).

Чтобы понять, что такого типа структура могла быть получена в работе [5], рассмотрим подробнее метод получения пенополимера с $\nu < 0$. Автор работы [6] в качестве исходного материала использовал различные жесткие пенополиэфиры. Характеристики исходного пеноизласта: плотность $\sim 0,03$ г/см³, модуль Юнга ~ 70 КПа, $\nu \approx 0,4$, $T_c \approx 170^\circ$. Значение коэффициента Пуассона положительно и соответствует обычным синтетическим пеноизластам. Образец такой пены подвергался трехосному сжатию (изменение объема в 2–4 раза), затем нагреву до температуры, близкой к температуре размягчения (T_c) и охлаждению до комнатной температуры. Полученный после такой обработки пенополимерный материал имел коэффициент Пуассона $\nu = -0,7$. Аналогичный результат получил автор для металлической пены путем ее пластической деформации (трехосного сжатия) при комнатной температуре. Трансформация структуры в процессе описанной выше обработки может быть представлена, на наш взгляд, следующим образом (рис. 3). Элемент структуры пены, показанный на рис. 3, а, при сжатии теряет устойчивость в наиболее узком месте и одна часть проваливается в другую, как это показано на рис. 3, б, образуя элемент типа телескопической антенны. Такой элемент обладает высокой жесткостью на изгиб и малой на осевое сжатие – растяжение и обеспечивает тем самым необходимое условие для получения материала с $\nu < 0$.

Таким образом, показана возможность существования изотропных материалов с отрицательным коэффициентом Пуассона, определены условия и предложены варианты структур, обеспечивающих данное свойство материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландau L. D., Лифшиц E. M. Теория упругости. М., 1965. С. 204.
2. Love A. R. H. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. N. Y., 1944.
3. Li Y. // Phys. Stat. Solidi. 1976. V. 38. P. 171.
4. Gibson L. S., Ashby M. F., Schaefer G. S., Roberson C. I. // Proc. Roy. Soc. London. A. 1982. V. 25. P. 382.
5. Светлов И. Л., Епишин А. И., Кривко А. И., Самойлов А. И., Одинцов И. Н., Андреев А. П. // Докл. АН СССР. 1988. Т. 302. № 6. С. 1372.
6. Lakes R. // Science. 1937. V. 235. P. 1038.
7. Rothenburg L. Micromechanics of Idealized Granular Systems. Canada, 1980.
8. Bathurst R. J., Rothenburg L. // J. Appl. Mechan. ASME. 1988. V. 55. № 1. P. 17.
9. Mindlin R. D. // J. Appl. Mechan. ASME. 1949. V. 16. № 3. P. 259.

Институт химической физики
им. И. Н. Семёнова

Поступила в редакцию
12.02.91

Университет Ватерлоо,
Канада

Королевский военный колледж,
Канада