

УДК 541.64:535.5

© 1990 г. М. У. Белый, В. Ф. Гришачев, М. М. Двойненко,
Г. Л. Конончук

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ И ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ МАТЕРИАЛА ТРЕЩИН «СЕРЕБРА»

Проведен теоретический анализ отражения света от трещин «серебра» в случае нарушенного полного внутреннего отражения. Найдено поле отраженной световой волны на клинообразной трещине. Получено выражение для интегральной интенсивности отраженной волны от угла падения света на трещину. Предложены расчетные формулы для определения толщины и показателя преломления материала трещин.

Под действием напряжений во многих стеклообразных полимерах образуются так называемые трещины «серебра» (ТС) [1]. В отличие от обычных (гриффитсовых) трещин материал в направлении, нормальному к трещинам, представляет собой систему тяжей, деформированных под действием напряжений. Прочность полимерных материалов, по-видимому, зависит от размеров и структуры трещин [2].

Параметры трещин определяют с помощью электронно-микроскопического метода [3] и интерференционного способа [4, 5]. С помощью электронной микроскопии можно определять параметры ТС, образующихся в тонких пленках. Недостатком же интерференционного способа является невозможность определения параметров трещины, когда ее толщина меньше $\lambda/4n_2$ (в начальный момент возникновения и роста трещин), где λ — длина волны монохроматического света, n_2 — показатель преломления материала ТС. Кроме того, интерференционный способ не позволяет определять толщину и показатель преломления материала трещин в любом перед заданном месте образца, так как измерение возможно лишь для трещин, лежащих наиболее близко к месту входа излучения в образец.

Определить указанные параметры трещин, толщина которых меньше $\lambda/4n_2$, можно, используя явление нарушенного полного внутреннего отражения. Это явление достаточно подробно проанализировано для пленок постоянной толщины [6, 7]. Однако для клиновидных пленок (трещин) решение этой задачи не рассматривали. Ниже приводится ее решение для клиновидных трещин.

На рис. 1 показана схема многолучевой интерференции света на клиновидной трещине. На клиновидную трещину с показателем преломления n_2 , находящуюся в материале с показателем преломления n_1 ($n_2 < n_1$), падает плоская волна. Найдем амплитуду волны, отраженной от клина.

Поле $E_r(X)$ в точке X равно $E_r(X) = E' + \sum_{n=1}^{\infty} E_n$, где E' — поле, отраженное от передней грани клина (OA), E_n — поле, n -кратно отраженное от грани клина (OB) и

$$E_n = t_{12}(\theta) r_{21}(\theta' - \alpha) \times \dots \times r_{21}(\theta' - 2(n-1)\alpha) e^{i\delta_n^{(1)}} E_0,$$

где t_{12} и t_{21} — амплитудные коэффициенты пропускания при прохождении света из среды 1 в среду 2 и из среды 2 в среду 1 соответственно; θ и θ' — углы падения и преломления соответственно; α — угол клина; E_0 — амплитуда падающей плоской волны; r_{21} — амплитудный коэффициент отраже-

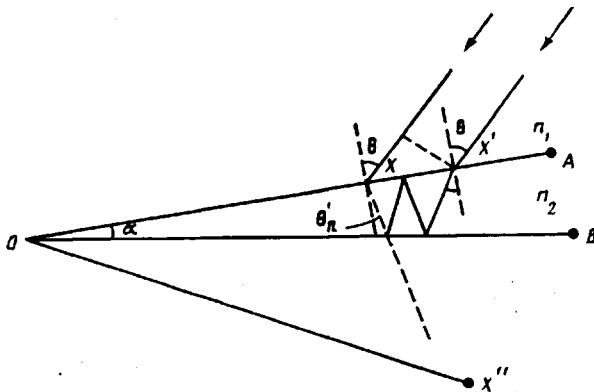


Рис. 1

Рис. 1. Многолучевая интерференция света на клиновидной трещине

Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения R от h/λ при $n_2=1$ и углах падения $\theta=83,5^\circ$ (1), 71° (2) и 65° (3), а также $n_2=1,35$ и углах падения $\theta=83,5^\circ$ (4) и 65° (5)

ния света на границе раздела 2–1; δ_n – разность фаз между волной, отраженной в точке X , и волной, совершившей n отражений от задней грани клина (OB).

Так как луч, вошедший в точке X' , проходит расстояние внутри клина до точки X , равное $|XX''|$ (точка X'' лежит на окружности с центром в точке O и радиусом $|OX'|$, угол $X'OX''=2n\alpha$), $\delta_n = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 |XX''| -$

$-n|XX'| \sin \theta)$. С учетом $|OX| \cos \theta_n' = |OX'| \cos(\theta_n' + 2n\alpha)$ (равенство проекций отрезков OX и OX'' на направление, перпендикулярное прямой XX''), $|OX| \sin 2n\alpha = |XX''| \cos(\theta_n' - 2n\alpha)$ (проекции отрезков OX и XX'' на направление, перпендикулярное прямой OX'' , равны) и $\theta_n' = \theta' - 2n\alpha$ имеем

$$\delta_n = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 x \frac{\sin(2n\alpha) - \sin \theta' (\cos(\theta' - 2n\alpha) - \cos \theta')}{\cos \theta'}, \quad (1)$$

где $x = |OX|$.

Поскольку α является малым параметром ($\alpha \sim 0,7^\circ$ [8]), в первом приближении выражение (1) можно представить в виде

$$\delta_n^{(1)} = \frac{2\pi}{\lambda} 2n_2 (x\alpha) \cos \theta' n, \quad (2)$$

которое совпадает с разностью фаз для плоскопараллельной пластинки толщиной ($x\alpha$) [7].

Для случая нарушенного полного внутреннего отражения ($\theta > \theta_{kp} = \arcsin(n_2/n_1)$ с учетом $r_{21}(\theta') = e^{i\varphi(\theta')}$ (φ – фаза отраженной волны) для поля E_n имеем

$$E_n = t_{12}(\theta) t_{21}(\theta' - 2n\alpha) e^{i \sum_{k=1}^{2n-1} \varphi(\theta' - k\alpha)} e^{i\delta_n^{(1)}} E_0$$

Так как α малый параметр,

$$E_n \approx t_{12}(\theta) t_{21}(\theta') e^{i(2n-1)\varphi(\theta')} e^{i\delta_n^{(1)}} E_0 \quad (3)$$

Таким образом, в первом приближении (пренебрегая членами, содержащими малый параметр α), принимая во внимание формулы (2) и (3), имеем

$$E_r(x) = \frac{e^{i\varphi}(e^{-2bx\alpha} - 1)}{1 - e^{i2\varphi} e^{-2bx\alpha}} E_0, \quad (4)$$

где $b = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 \sqrt{\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$.

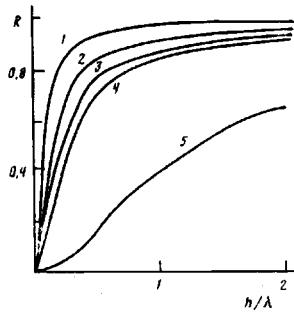


Рис. 2

Выражение (4) аналогично формуле для поля в случае плоскопараллельной пластинки с толщиной (h_0).

Показатель преломления материала и толщину в основании клина трещины можно определить по значениям интегральной (просуммированной по всем углам) интенсивности отраженной волны. Интегральная интенсивность отраженной волны, согласно теореме Парсеваля, может быть представлена в виде [9]

$$I = \int_0^l E(x) E(x) dx = I_0 \frac{l}{h_0} \int_0^{h_0} \frac{e^{2by} + e^{-2by} - 2}{e^{2by} + e^{-2by} - 2 \cos 2\varphi} dy,$$

где h — толщина трещины в основании клина; l — длина клинообразной трещины; y — текущее значение толщины трещины, связанное с длиной трещины x соотношением $y = \alpha x$ ($\alpha = h_0/l$). Энергетический коэффициент отражения света R (относительная интенсивность отраженного света на единицу длины трещины) равен

$$R = \frac{1}{l} \frac{I}{I_0} = \\ = 1 - \frac{2(1 - \cos 2\varphi) \left(\operatorname{arctg} \frac{e^{bh_0} - \cos 2\varphi}{\sqrt{1 - \cos^2 2\varphi}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - \cos 2\varphi}{1 + \cos 2\varphi}} \right)}{bh_0 \sqrt{1 - \cos^2 2\varphi}} \quad (5)$$

Фаза отраженной волны φ зависит от показателя преломления материала трещины n_2 , угла падения на трещину θ и поляризации света. Для поляризации света, лежащей в плоскости падения [7],

$$\cos 2\varphi = \\ = \frac{\left(\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 + \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^4 \cos^2 \theta \right)^2 - 8 \left(\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right) \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^4 \cos^2 \theta}{\left(\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 + \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^4 \cos^2 \theta \right)^2} \quad (6)$$

и для поляризации света, перпендикулярной плоскости падения,

$$\cos 2\varphi = \frac{\left(1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right)^2 - 8 \left(\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right) \cos^2 \theta}{\left(1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right)^2} \quad (7)$$

Расчетные зависимости R от h_0/λ представлены на рис. 2. Для малых значений толщин ($h_0/\lambda \ll 1$), при которых $bh_0 \ll 1$ и с учетом $e^{bh_0} = 1 + bh_0 + \frac{b^2 h_0^2}{2}$, коэффициент отражения преобразуется к виду

$$R = bh_0 = \frac{2\pi}{\lambda} h_0 n_1 \sqrt{\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2}, \quad \text{т. е. коэффициент отражения пропорционален толщине трещины } h_0.$$

При увеличении отношения h_0/λ коэффициент отражения стремится к единице.

Расположение трещин «серебра» в полимерных материалах такое, что их плоскости перпендикулярны направлению приложения нагрузки, поэтому с учетом геометрии расположения трещины в образце интегральная интенсивность I отраженной волны равна

$$I = I_0 N S (1 - r)^2 \beta R(\alpha, n_2, h_0), \quad (8)$$

где I_0 — интенсивность падающей волны; N — количество трещин, от которых отражается свет; S — отношение площади одной трещины к пло-

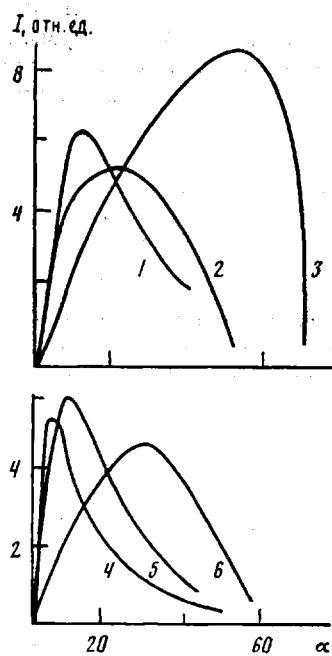


Рис. 3

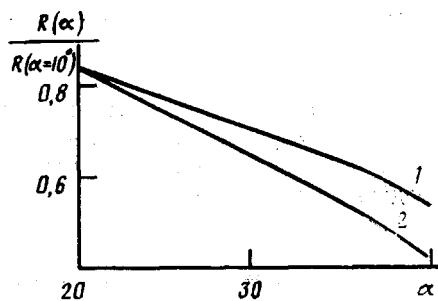


Рис. 4

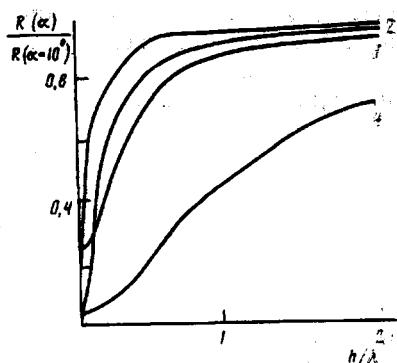


Рис. 5

Рис. 3. Зависимость интегральной интенсивности отраженного от трещин излучения от угла падения α при следующих параметрах: $n_2=1,2$, $h/\lambda=0,1$ (1); $0,2$ (2); 1 (3) и $n_2=1,35$, $h/\lambda=0,1$ (4); $0,2$ (5); 1 (6)

Рис. 4. Зависимость $P_{\text{теор}}$ от α при параметрах трещин $n_2=1$, $h/\lambda=0,2$ (1) и $n_2=1,35$, $h/\lambda=0,86$ (2)

Рис. 5. Зависимость $P_{\text{теор}}$ от h/λ при следующих параметрах трещин: $n_2=1$ и $\alpha^\circ/θ^\circ=20/77$ (1), $40/65$ (2) и $n_2=1,35$ и $\alpha^\circ/θ^\circ=20/77$ (3), $40/65$ (4)

ди поперечного сечения светового пучка; r — энергетический коэффициент отражения света от поверхности трещины, определяемый согласно формулам Френеля [7]; $\beta = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}}$ — геометрический фактор, про-

порциональный интенсивности света, непосредственно падающего на трещину (пятну излучения, облучающего трещину); α — угол падения света на образец, связанный с углом падения света на трещину θ соотношением $n_1 \sin \alpha = n_2 \cos \theta$. Количество трещин N , находящихся под облучением, зависит от угла α по закону $N=N_0/\cos \alpha$, где N_0 — количество трещин, находящихся в пучке света при нормальном падении на образец.

Типичные зависимости интегральной интенсивности I отраженной волны от угла падения α на образец при различных параметрах трещин представлены на рис. 3. Как видно, интенсивность отраженной волны при увеличении угла падения α вначале увеличивается, проходит через максимум и убывает к нулевому значению. Форма кривой и положение максимума зависят от параметров трещин «серебра». С возрастанием толщины трещины увеличивается угол, соответствующий максимальному значению интенсивности. Угол максимального значения интенсивности увеличивается и при уменьшении показателя преломления материала ТС. Таким образом, зависимость интегральной интенсивности отраженной волны от угла падения определяется параметрами ТС и наоборот, определяя форму кривой, можно однозначно определить параметры ТС.

В выражении (8) содержатся три неизвестные величины (NS , n_2 , h_0), поэтому для определения показателя преломления n_2 материала трещин

и ее толщины h_0 , необходимо измерить интенсивность отраженного света при углах падения $I(\alpha_1)$, $I(\alpha_2)$, $I(\alpha_3)$ и решить систему уравнений

$$\frac{R(\alpha_1, n_2, h_0)}{R(\alpha_3, n_2, h_0)} = \frac{I(\alpha_1) (1-r_3)^2 \cos \alpha_1 \beta_3}{I(\alpha_3) (1-r_1)^2 \cos \alpha_3 \beta_1} \quad (9)$$

$$\frac{R(\alpha_2, n_2, h_0)}{R(\alpha_3, n_2, h_0)} = \frac{I(\alpha_2) (1-r_3)^2 \cos \alpha_2 \beta_3}{I(\alpha_3) (1-r_2)^2 \cos \alpha_3 \beta_2} \quad (10)$$

Ввиду сложности выражения для R аналитическое решение системы уравнений (9), (10), не представляется возможным. Поэтому задачу определения h_0 и n_2 можно сформулировать следующим образом: найдем такие их значения, при которых опытные данные

$$P_{i, \text{эксп}} = \frac{I_i(\alpha_i) (1-r_3)^2 \cos \alpha_i \beta_3}{I(\alpha_3) (1-r_i)^2 \cos \alpha_3 \beta_i}$$

наилучшим образом совпадают с теоретическими (расчитанными)

$$P_{i, \text{теор}} = \frac{R(\alpha_i, n_2, h_0)}{R(\alpha_3, n_2, h_0)}$$

При наилучшем совпадении сумма квадратов отклонений экспериментальных данных от теоретических значений минимальна, поэтому задача сводится к определению минимума функции $\Phi(h_0, n_2)$

$$\Phi(h_0, n_2) = \sum_{i=1}^k (P_{i, \text{эксп}} - P_{i, \text{теор}})^2$$

Более оперативно параметры трещин можно определять с помощью готовой таблицы расчетных данных $P_{i, \text{теор}}$. Зависимость $P_{i, \text{теор}}$ от угла падения α для различных параметров трещин представлена на рис. 4. Определение параметров производится следующим образом. Для всевозможных n_2 находят такие h_0 , при которых $P_{\text{теор}}(\alpha_i)$ совпадают с $P_{\text{эксп}}(\alpha_i)$. Те из параметров n_2 и h_0 являются искомыми, для которых зависимость $P_{\text{теор}}(\alpha_i)$ ($i=1, 2, 3, \dots$) совпадает с зависимостью $P_{\text{эксп}}(\alpha_i)$ ($i=1, 2, 3, \dots$). Характер зависимости $P_{\text{теор}}(\alpha_i)$ от толщины трещины h_0 представлен на рис. 5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов М. И. // Успехи физ. наук. 1964. Т. 83. № 1. С. 107.
2. Берри Дж. П. // Разрушение. Т. 7. Ч. II/Под ред. Либовица Г. М., 1976. С. 7.
3. Michler G. H. // Colloid and Polymer Sci. 1985. V. 263. № 6. Р. 462.
4. Бессонов М. И., Кузинский Е. В. // Физика твердого тела. 1961. Т. 3. № 2. С. 607.
5. Döll W., Könczöl // Polymer. 1983. V. 24. № 9. Р. 1213.
6. Харрик Н. Спектроскопия внутреннего отражения. М., 1970. 335 с.
7. Борн М., Вольф Э. Основы оптики, 2-е изд. М., 1973. 719 с.
8. Döll W. // Polymer Engng Sci. 1984. V. 24. № 10. Р. 798.
9. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М., 1981. 640 с.

Киевский государственный
университет им. Т. Г. Шевченко

Поступила в редакцию
23.11.88

M. U. Belyi, V. F. Grishachev, M. M. Dvoinenko, G. L. Kononchuk

DETERMINATION OF THE THICKNESS AND REFRACTION INDEX OF THE «SILVER» CRACKS MATERIAL

S u m m a r y

Theoretical analysis of light reflection from «silver» cracks for the case of attenuated total reflection has been performed. The field of the reflected light wave on the wedge-like crack was found. The expression for the integral intensity of the reflected wave as a function of the incidence angle of light on the crack was derived. The calculation formulae for determination of the thickness and refraction index of the cracks material were proposed.