

УДК 541.64:539.3

**РЕЛАКСАЦИОННАЯ СПЕКТРОМЕТРИЯ ПОЛИМЕРОВ
И ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

*Валишин А. А., Зуев Ю. А., Панчук И. И.,
Бартенев Г. М.*

Проблема определения релаксационной спектрограммы по экспериментальным данным анализируется исходя из теории некорректных задач математической физики. Предлагается метод устранения некорректности, основанный на обрывании в надлежащем месте разложения фурье-спектрограммы. Проводится экспериментальное исследование релаксации напряжения эластомера на основе фтор-каучука СКФ-26 при различных температурах. Из полученных экспериментальных данных с помощью предложенного метода определяются релаксационные спектрограммы.

Релаксационная спектрометрия изучает спектры механической и диэлектрической релаксации [1, 2]. Спектр времен релаксации реально существует и обусловлен сложным строением полимеров, наличием в них структур различного уровня организации, с различной подвижностью и временами жизни. Вследствие этого для полимеров характерна частотная и временная дисперсия свойств: характер отклика полимерной системы на внешнее воздействие зависит от его частоты или длительности, в силу чего возможно зондирование структуры при изменении времени наблюдения [1]. В этом состоит главный принцип всех спектроскопических методов.

На раннем этапе развития физики и механики полимеров была предложена модель релаксационной спектрограммы «клин — ящик», состоящая из клинообразной части и участка сплошного спектра с постоянной спектральной плотностью [3, 4]. Впоследствии одним из авторов [5, 6] в области сплошного спектра эластомеров, для которых наиболее характерны релаксационные явления, были обнаружены дискретные спектральные линии. Был исследован их температурный сдвиг и впервые дана интерпретация релаксационной спектрограммы. По современным представлениям [1, 7, 8], она состоит из ряда более или менее выраженных спектральных линий, которые в принципе могут быть идентифицированы с подвижностью определенных элементов структуры. Степень выраженности линий и их число зависят от физического состояния полимера, наличия наполнителей, температуры и других факторов.

Некорректность задачи определения релаксационной спектрограммы. При различных режимах внешнего воздействия поведение полимерного материала характеризуется различными параметрами: модулями релаксации и ползучести, динамическим модулем и другими применительно к механическим свойствам и их аналогами по отношению к другим физическим свойствам. В линейной области все вязкоупругие функции могут быть выражены через одну — спектральную плотность распределения времен релаксации [3, 4], например

$$E(y) = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) K(y-x) dx; \quad K(\xi) = \exp(-\exp \xi) \quad (1a)$$

$$E'(z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} H(x) (1 - \operatorname{th}(z-x)) dx \quad (1b)$$

$$E''(z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} H(x) \operatorname{sech}(z-x) dx, \quad (1c)$$

где $x = \ln t$, $y = \ln t$, $z = \ln \frac{1}{\omega}$; E , E' , E'' – зависящие от времени t и частоты ω релаксирующий модуль и динамические модули упругости и потерь; $H(x)$ – спектральная плотность распределения времен релаксации. С помощью формул (1) можно рассчитывать релаксационные спектrogramмы по экспериментальным данным, полученным как в динамических, так и в квазистатических режимах деформирования.

Выражения (1) относительно спектральной плотности $H(x)$ являются интегральными уравнениями Фредгольма первого рода типа свертки. Решение их относится к категории некорректных обратных задач математической физики. Если важнейшим признаком корректной задачи является непрерывная зависимость решения от начальных условий, то некорректность появляется именно при нарушении этого требования, когда малые вариации исходных данных приводят к большим изменениям в конечных результатах [9].

Рассмотрим уравнение (1a), хотя все рассуждения этого раздела справедливы и для остальных уравнений (1). Интегральный оператор в (1a) является непрерывным, в силу чего прямая задача нахождения релаксирующего модуля по спектrogramме $H(x)$ является корректной. Обратный же оператор, с помощью которого по модулю $E(y)$ находится спектrogramма $H(x)$, не является непрерывным. В этом и заключается причина некорректности обратной задачи [9, 10]. Проявляется она в сглаживающем действии интегрального оператора (1a), благодаря которому значительные различия функций $H(x)$, сосредоточенные в малой области, сглаживаются интегралом и «на выходе» получаются близкие функции $E(y)$.

В любом эксперименте неизбежны погрешности и модуль $E(y)$ регистрируется с определенной степенью точности. В пространстве функций $E(y)$ этому соответствует некоторая область с центром в точке, отвечающей точному значению $E(y)$. В эту область входят функции, не различимые в данном эксперименте; чем точнее измерения, тем меньше размеры этой области. Оператором, обратным оператору (1a), она отображается в функциональном пространстве спектrogramм $H(x)$ на область значительно больших или даже бесконечных размеров в силу разрывности обратного оператора. Решая (1a) с экспериментально измеренной левой частью $E(y)$, получим бесконечное число приближенных решений, удовлетворяющих (1a) с точностью до экспериментальных погрешностей. Для корректной задачи все они оказываются близкими и можно выбрать любое из них.

Для некорректной же задачи среди множества приближенных решений будут встречаться и сколь угодно сильно отличающиеся. Тем не менее все они с заданной степенью точности дадут одну и ту же функцию $E(y)$. Отсюда ясно, что совпадение восстановленного по спектrogramме модуля $E(y)$ с измеренным не является единственным критерием правильности определения спектrogramмы $H(x)$. Для некорректной задачи одного только требования об удовлетворении решения с заданной степенью точности исходному уравнению недостаточно. Необходимо располагать

некоторой априорной информацией о характере решения, позволяющей сузить класс допустимых спектrogramм так, чтобы задача нахождения решения в суженном классе стала корректной.

Обычно априорная информация задается в виде ограничения на гладкость искомой функции [9, 10]. С точки зрения разложения Фурье, гладкая функция не содержит гармоник выше некоторой. С другой стороны, предельно негладкая функция, такая как «белый шум», содержит гармоники всевозможных частот, входящие в фурье-разложение с постоянной амплитудой. Поскольку определяемая спектrogramма $H(x)$ является суммой истинной гладкой функции и негладкого шума, обусловленного погрешностями эксперимента, то степень гладкости, т. е. граничную частоту в фурье-разложении, нужно выбрать так, чтобы, с одной стороны, не утратить полезную информацию, а с другой — сделать влияние оставшегося шума не слишком сильным, не искажающим полезный сигнал.

Продифференцируем (1а) по $y = \ln t$

$$H_a(y) = -\frac{dE}{dy} = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) \exp(y-x-\exp(y-x)) dx \quad (2)$$

Уравнение (2) — снова типа свертки с ядром

$$K'(\xi) = \exp(\xi - \exp \xi), \quad (3)$$

которое имеет максимум при $\xi=0$, быстро убывает при $\xi \rightarrow \infty$, медленнее — при $\xi \rightarrow -\infty$ и нормировано на единицу

$$\int_{-\infty}^{\infty} K'(\xi) d\xi = 1 \quad (4)$$

Это дает возможность приближенно положить

$$K'(\xi) = \delta(\xi), \quad (5)$$

где $\delta(\xi)$ — дельта-функция. Если в уравнение (2) вместо (3) подставить уравнение (5) и провести интегрирование, то получается известное первое приближение Шварцля — Ставермана, или приближение Алфрея

$$H_a(x) = -\frac{dE}{dy} \Big|_{y=x} \quad (6)$$

В теории спектрометрии левую часть уравнения (2) или (1а) называют приборным спектром, а $H(x)$ — истинным [11]. Если ядро $K'(\xi)$ в уравнении (2) бесконечно узкое, типа уравнения (5), то приборный спектр (приближение Алфрея $H_a(x)$) совпадает с истинным. Конечная ширина ядра приводит к искажению истинного спектра, и получается наблюдаемый приборный спектр. Ядро $K(\xi)$ в уравнении (1а) имеет бесконечную ширину, поэтому истинный спектр искажается настолько, что приборный спектр представляет собой монотонно убывающую кривую релаксации напряжения $E(y)$, на которой остаются лишь следы спектральных линий истинного спектра в виде точек перегиба.

Приближение Алфрея позволяет восстановить истинный спектр $H(x)$ с достаточной точностью только в случае, если он мало меняется на протяжении ширины ядра $K'(\xi)$. В противном случае приближение Алфрея дает сильно заглаженную спектrogramму. Встает вопрос о его уточнении за счет учета ширины ядра $K'(\xi)$.

Проинтегрировав обе части уравнения (2), получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_a(y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) dx \quad (7)$$

Это означает, что площадь спектrogramмы в приближении Алфрея равна площади уточненной спектrogramмы. Следовательно, при уточнении $H_a(y)$ возрастание интенсивности линий приводит к их сужению. Это может являться одним из критериев правильности такого уточнения.

Решение интегрального уравнения (1а). Регуляризация. С точки зрения преобразования Фурье правая часть уравнений (1а) или (2) представляет собой свертку ядра с искомой функцией $H(x)$. В пространстве изображений трансформанты ядра и спектrogramмы перемножаются. Найдя отсюда трансформанту искомой функции $H(x)$ и применив обратное преобразование, можно найти саму спектrogramму $H(x)$. Однако преобразование Фурье непосредственно к уравнению (1а) применить нельзя, так как ядро $K(\xi)$ не является абсолютно интегрируемым. Реслер предложил предварительно продифференцировать уравнение (1а) [12]. Получим уравнение (2), ядро которого (3) абсолютно интегрируемо. Выполнив преобразование Фурье уравнения (2), получим

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\tilde{H}_a(\omega)}{\lambda(\omega)}, \quad (8)$$

где ω — аргумент преобразования, а значком \sim обозначены трансформанты Фурье

$$\lambda(\omega) = -\frac{i\sqrt{\pi/2}}{\operatorname{sh} \pi\omega \cdot \Gamma(i\omega)}, \quad (9)$$

трансформанта ядра $K'(\xi)$ и $\Gamma(x)$ — гамма-функция. Подставив уравнение (9) в (8) и выполнив обратное преобразование, получим

$$H(x) = \int_{-\infty}^{\infty} K^{-1}(y-x) H_a(y) dy, \quad (10)$$

где

$$K^{-1}(x) = \frac{i}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sh} \pi\omega \cdot \Gamma(i\omega) e^{-i\omega x} d\omega \quad (11)$$

(ядро обратного оператора). Поведение трансформант в уравнении (8) согласовано так, что все они стремятся к нулю при $|\omega| \rightarrow \infty$. Приближение Алфрея, получаемое из кривой релаксации напряжения, содержит случайную компоненту, обусловленную погрешностями эксперимента. Поэтому необходимо исследовать решение (10) на устойчивость, т. е. определить, к какой погрешности в $H(x)$ приводят погрешность исходных данных в $H_a(y)$. Если представить случайную компоненту стационарным случайнym процессом с нулевым математическим ожиданием и некоррелированными значениями («белый шум»), то средняя квадратичная ошибка определения спектrogramмы равна

$$\sigma(y) = s \left(\int_{-\infty}^{\infty} |K^{-1}(y-x)|^2 dx \right)^{1/2}, \quad (12)$$

где s — средняя квадратичная погрешность исходных данных. Этот интеграл расходится при всех y , поэтому ошибка определения спектrogramмы неограниченно возрастает. Решение уравнения (10) неустойчиво и, следовательно, неудовлетворительно. Причина этого ясна [10, 13]: случайная составляющая в экспериментальных данных замедляет убывание $\tilde{H}_a(\omega)$ и нарушает согласованность изменения числителя и знаменателя в уравнении (8). Высокочастотные, незатухающие компоненты числителя, обусловленные помехами, делятся на малые значения $\lambda(\omega)$ и дают в ре-

шении бесконечно большие осцилляции при $|\omega| \rightarrow \infty$. Решение $H(\omega)$ содержит интенсивные высокочастотные гармоники, целиком обусловленные шумами. Избежать появления высших гармоник можно, если подавить высокочастотные шумовые компоненты, сузив тем самым класс допустимых спектрограмм, т. е. из множества решений (8) выбрать некоторое подмножество гладких функций. Тогда трансформанта Фурье-спектрограммы будет определяться не соотношением (8), а

$$H_R(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} z(\omega) \frac{H_a(\omega)}{\lambda(\omega)} = z(\omega) H(\omega), \quad (13)$$

которое отличается от соотношения (8) множителем $z(\omega)$, подавляющим высокочастотные компоненты. Характер зависимости z от ω должен быть следующим: на тех частотах, где полезный сигнал преобладает над шумами, он должен быть практически равен единице, чтобы не исказить эти компоненты, а там, где шумы начинают превалировать, $z(\omega)$ должен практически быть равен нулю и тем самым подавлять шумовые высокочастотные компоненты.

Например,

$$z(\omega) = \theta(\omega + \omega_0) - \theta(\omega - \omega_0) = \begin{cases} 1, & \omega < |\omega_0| \\ 0, & \omega > |\omega_0|, \end{cases} \quad (14)$$

где $\theta(x)$ — функция Хевисайда. Множитель такого вида действует как полосовой фильтр: все частоты выше ω_0 он срезает, оставляя более низкие.

Решение уравнения (13) в отличие от уравнения (8) называется регуляризованным. Регуляризованная спектрограмма $H_R(x)$ будет по-прежнему определяться уравнением (10) с заменой $H(x)$ на $H_R(x)$, но ядро $K^{-1}(x)$ теперь будет иметь вид

$$K^{-1}(x) = \frac{i}{2\pi^2} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \operatorname{sh} \pi \omega \Gamma(i\omega) e^{-i\omega x} d\omega \quad (15)$$

Функции $E(y)$ в уравнении (1a) или $H_a(y)$ в уравнении (2) экспериментально могут быть получены лишь на конечном отрезке значений своего аргумента. Конечность их области определения приводит к дискретности Фурье-разложения, и интегралы Фурье заменяются рядами. Замена интегралов рядами не вносит дополнительной погрешности на отрезке их определения, за исключением концов, где возможно явление Гиббса. Если длина отрезка достаточно велика, то влиянием концов можно пренебречь. Формула (13) теперь имеет вид

$$H_n^R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} z_n \frac{H_{an}}{\lambda\left(\frac{\pi n}{l}\right)}, \quad (16)$$

где H_{an} и H_n^R — комплексные коэффициенты Фурье приближения Алfreя $H_a(y)$ и спектрограммы $H(x)$, а знаменатель определяется формулой (9). Регуляризующий множитель z_n , подавляющий высокочастотные гармоники, по-прежнему определяется формулой (14) с заменой ω на n и ω_0 на n_0 . Выражение (16) определяет коэффициенты Фурье искомой спектрограммы $H^R(x)$, а сама спектрограмма равна

$$H^R(x) = \int_{(2l)} K^{-1}(y-x) H_a(y) dy, \quad (17)$$

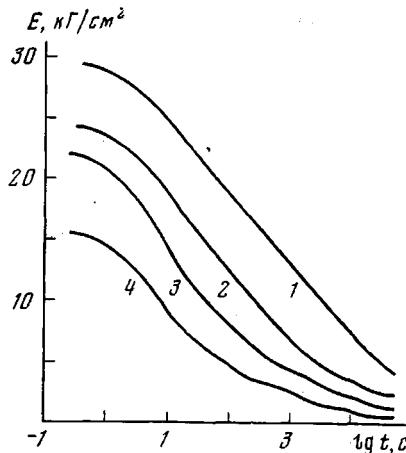
где ядро обратного оператора теперь имеет вид

$$K^{-1}(x) = \frac{i}{2l\pi} \sum_{n=-n_0}^{n_0} \operatorname{sh} \frac{\pi^2 n}{l} \cdot \Gamma\left(i \frac{\pi^2 n}{l}\right) e^{-i \frac{\pi n}{l} x} \quad (18)$$

Интегрирование в уравнении (17) ведется по отрезку определения функции $H_a(y)$, длина которого обозначена через $2L$.

Для получения приближения Алфрея $H_a(y)$ Реслер предложил разложить экспериментально определяемый релаксирующий модуль $E(y)$ в ряд Фурье и, продифференцировав его, получить ряд для $H_a(y)$ [12]. Такой прием не дает удовлетворительных результатов. Продифференцированный ряд сходится гораздо медленней, чем исходный, или может оказаться совсем расходящимся. Поэтому ряд Фурье, хорошо приближая

Рис. 1. Кривые релаксации напряжения эластомера СКФ-26, снятые при деформации 25% и температурах 20° (1), 50° (2); 80° (3); 110° (4) (все кривые проведены на основе экспериментальных данных)



экспериментальные значения модуля, после дифференцирования, будет плохо приближать производную.

Мы использовали численное дифференцирование релаксирующего модуля по методу локального сглаживания [7, 8] с тем отличием, что теперь предусмотрена возможность варьирования интервала интерполяции. Его размеры определяются параметром сглаживания L , так что число экспериментальных точек, участвующих в одном акте локального интерполирования, равно $2L+1$, по L точек с каждой стороны от выбранной. Оптимальное значение параметра L выбиралось по величине среднеквадратичной невязки, как это описано в работе [14]. Построенное приближение Алфрея затем разлагалось в ряд Фурье по синусам. Для увеличения скорости сходимости ряда предварительно на концах отрезка определения проводилась экстраполяция $H_a(y)$ до нулевых значений. Таким образом была получена функция, непрерывная вместе со своей производной, коэффициенты Фурье которой убывают не медленнее, чем n^{-3} . Такая скорость сходимости вполне приемлема.

По описанному в этом разделе алгоритму была составлена программа на алгоритмическом языке Фортран, реализованная на ЭВМ.

При помощи описанного метода были получены релаксационные спектрограммы радиационного вулканизата на основе фтор-каучука СКФ-26. Исследовали релаксацию напряжения в режиме одноосного растяжения при деформации 25% и температурах 20, 50, 80 и 110°. Деформацию осуществляли растяжением образца при помощи падающего груза со скоростью $\sim 10 \text{ м/с}$. Регистрацию сигнала проводили на диаграммную ленту самописца, движущуюся со скоростью 4 мм/с . Продолжительность эксперимента составляла 8 час. С записанной на ленте кривой снимали таблицу с логарифмически постоянным шагом, которую затем переносили на машинный носитель информации и вводили в ЭВМ.

На рис. 1 приведены кривые релаксации напряжения, которые использовали для расчета спектрограмм. На примере спектрограммы при 110° (рис. 2) показан выбор оптимального числа гармоник ряда Фурье. На рис. 2, а представлено изменение коэффициентов Фурье приближения Алфрея (кривая 1) и уточненной спектрограммы (кривая 2). Коэффици-

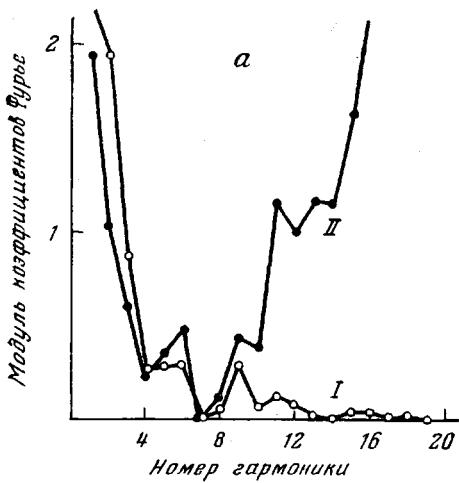
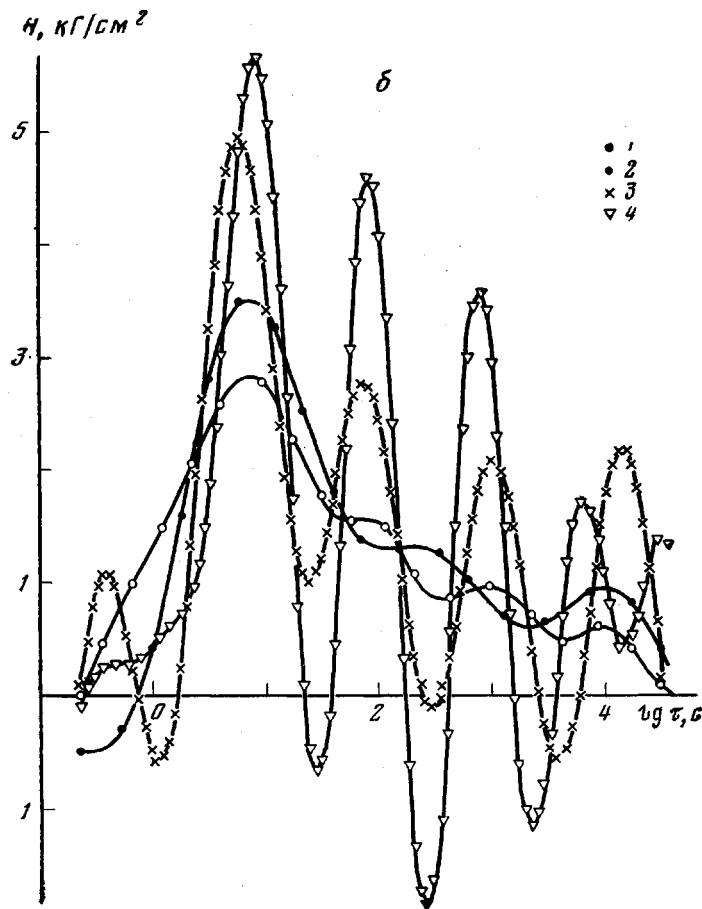


Рис. 2. Изменение коэффициентов Фурье (а) и спектограммы, построенные с различным числом гармоник (б):

а: I — коэффициенты b_k в разложении в ряд по синусам первого приближения Шварцля — Ставермана; II — $\sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, где a_k — коэффициенты при косинусах, b_k — при синусах в разложении спектограммы $H(x)$; б: 1 — первое приближение Шварцля — Ставермана, 2 — семь гармоник, 3 — девять гармоник, 4 — двенадцать гармоник



енты Фурье приближения Алфрея убывают, как и положено, по абсолютной величине с ростом номера гармоник, а коэффициенты уточненной спектрограммы сначала убывают по модулю, а затем с некоторого номера начинают быстро возрастать, что обусловлено превалирующим влиянием

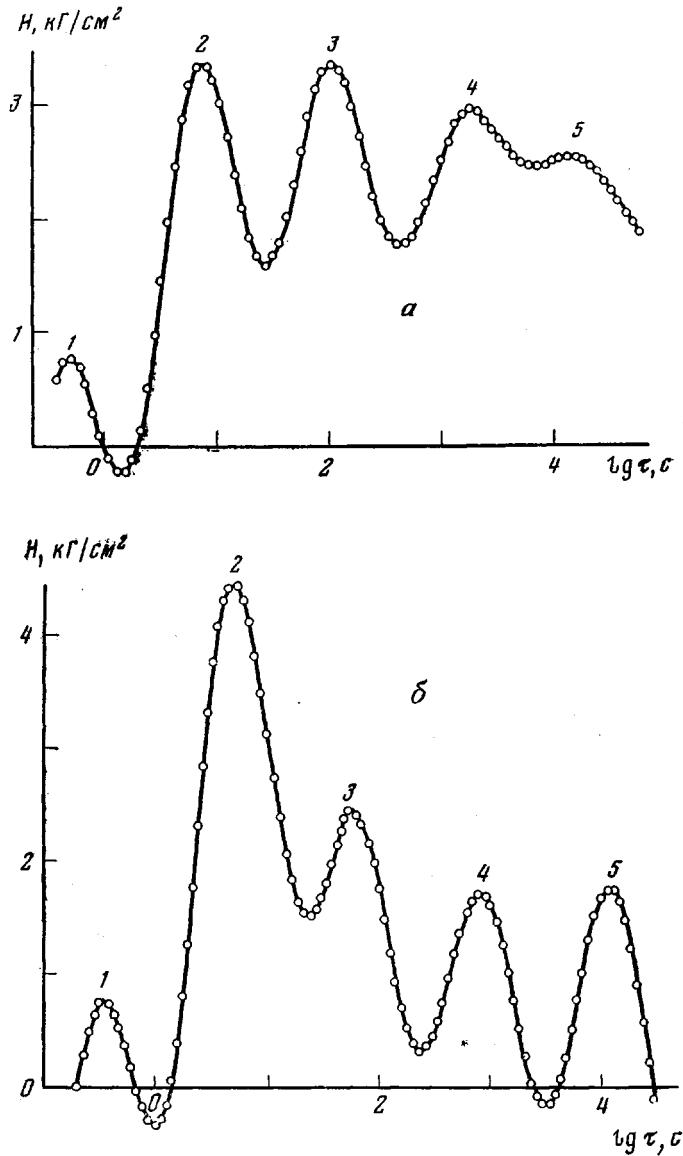


Рис. 3. Спектрограммы эластомера СКФ-26: *а* — параметр сглаживания $L=2$, 12 гармоник, 20° ; *б* — $L=3$, 11 гармоник, 80°

погрешностей эксперимента на высоких частотах, где шумы забивают полезную информацию.

Ясно, что ряд следует оборвать в области, где убывание коэффициентов сменяется возрастанием. Тем самым выбирается класс гладких функций, среди которых находится решение. Чем грубее эксперимент, тем раньше приходится обрывать ряд (тем меньше граничный номер n_0 в уравнении (18)) и тем более заглаженную спектрограмму получаем. Наоборот, чем точнее измерения, тем выше n_0 и тем более тонкую структуру спектрограммы можно получить. Вторым критерием является близость восстанов-

ленного по спектограмме релаксирующего модуля к измеренному, которая оценивалась в квадратичной метрике [9]. Сочетание этих двух критериев позволяет выбрать оптимальное число гармоник n_0 . В некоторых

Параметры спектральных линий эластомера СКФ-26

Линия, №	T°	$\lg \tau, с$	$\tau, с$	Интенсивность линии, kГ/см^2
1	20	-0,29	0,51	0,77
2		0,89	7,76	3,37
3		2,01	$1,02 \cdot 10^2$	3,39
4		3,25	$1,78 \cdot 10^3$	2,99
5		4,17	$1,48 \cdot 10^4$	2,58
1	50	-0,32	0,48	0,84
2		0,81	6,31	4,00
3		1,90	79,4	3,87
4		2,98	$9,55 \cdot 10^2$	3,74
5		4,21	$1,62 \cdot 10^4$	2,93
1	80	-0,29	0,51	1,09
2		0,95	8,91	5,93
3		2,13	$1,35 \cdot 10^2$	3,72
4		3,16	$1,44 \cdot 10^3$	1,50
5		4,18	$1,51 \cdot 10^4$	2,23
1	110	-0,43	0,37	1,08
2		0,77	5,89	4,97
3		1,85	70,8	2,76
4		3,05	$1,12 \cdot 10^3$	2,08
5		4,19	$1,55 \cdot 10^4$	2,17

случаях оно может не совпадать с точным минимумом коэффициентов Фурье-спектрограммы.

Спектрограммы, полученные при различном числе гармоник, показаны на рис. 2, б: семи гармоник недостаточно, а двенадцати слишком много, так как на спектрограмме появляется тенденция к резкому увеличе-

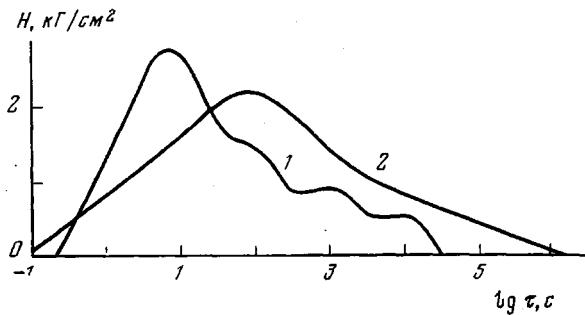


Рис. 4. Влияние степени сглаживания экспериментальных данных на вид спектрограммы: $L=4$ (1), $L=12$ (2), первое приближение, 110°

нию амплитуды колебаний (кривая 4). Дальнейшее увеличение числа гармоник приводит к усилению этой тенденции и появлению ложных пикив. В данном случае оптимальным числом гармоник было признано девять (кривая 5). Аналогично были получены спектрограммы при других температурах. Две из них приведены на рис. 3. Параметры спектрограмм сведены в таблицу.

Как отмечалось во введении, первой моделью релаксационной спектрограммы была модель «клина — ящика», при помощи которой можно доста-

точно хорошо восстанавливать вязкоупругие функции. В работах [5–8] было показано, что спектrogramма этого типа не является единственной. Аналогичный вывод следует и из общих соображений о некорректности, изложенных выше в первом разделе данной работы. В связи с этим представлялось интересным проследить, как меняется вид спектrogramмы по мере сглаживания исходных данных. Ограничимся при этом первым приближением Шварцля — Ставермана (приближением Алфрея). Увеличивая параметр сглаживания L , мы увеличиваем число точек на исходной кривой релаксации напряжения, участвующих в одном акте локального сглаживания. Из рис. 4 видно, что по мере увеличения L спектральные линии постепенно исчезают. Так, при $L=12$, когда локальное сглаживание осуществляется по 25 экспериментальным точкам при общем их числе 54, что является заведомо сильным сглаживанием, спектrogramма очень похожа на «ящик». Это позволяет предположить, что такие спектrogramмы могли получаться при чрезмерном заглаживании экспериментальных результатов. Разумеется, в некоторых случаях, особенно при низких температурах, она может быть и истинной.

Московский текстильный институт
Московский государственный педагогический
институт им. В. И. Ленина
Институт физической химии АН СССР

Поступила в редакцию
16 IV 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Бартенев, Ю. В. Зеленев, Курс физики полимеров, «Химия», 1976.
2. В. Д. Штраус, Механика полимеров, 1976, № 2, 348.
3. Дж. Ферри, Вязкоупругие свойства полимеров, Изд-во иностр. лит., 1963.
4. А. Тобольский, Свойства и структура полимеров, «Химия», 1964.
5. Г. М. Бартенев, Н. М. Лялина, В. М. Стороженко, Высокомолек. соед., A15, 1450, 1973.
6. Г. М. Бартенев, Н. М. Лялина, Высокомолек. соед., A19, 368, 1977.
7. Г. М. Бартенев, А. А. Валишин, И. И. Панчук, Высокомолек. соед., A19, 187, 1977.
8. Г. М. Бартенев, А. А. Валишин, И. И. Панчук, Plaste und Kautschuk, 24, 314, 1977.
9. А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин, Методы решения некорректных задач, «Наука», 1974.
10. В. Ф. Турчин, В. П. Козлов, М. С. Малкевич, Успехи физ. наук, 102, 345, 1970.
11. С. Г. Раутиан, Успехи физ. наук, 66, 475, 1958.
12. F. C. Roesler, Proc. Phys. Soc., B68, 89, 1955.
13. В. Ф. Турчин, Ж. вычисл. математики, 7, 1270, 1967; 8, 230, 1968.
14. Н. Н. Калиткин, Численные методы, «Наука», 1978.

RELAXATION SPECTROMETRY OF POLYMERS AND HARMONIC ANALYSIS

Valishin A. A., Zuyev Yu. A., Panchuk I. I., Bartenev G. M.

Summary

The problem of determination of relaxation spectrogram from experimental data has been analyzed based on the theory of non-correct problems of mathematical physics. A method, removing an non-correctness, was proposed based on a cutoff (on a certain place) of Fourier-spectrogram expansion. An experimental study of stress relaxation was carried out for an elastomer obtained from fluore-rubber SKF-26 at various temperatures. From the data obtained by means of the method the relaxation spectrograms were determined.