

УДК 541.64 : 539.199

**ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИЙ ВЛИЯНИЯ ЛИНЕЙНОЙ
НАСЛЕДСТВЕННОЙ ТЕОРИИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ
НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛИМЕРАХ**

Новиков А. Г., Зеленев Ю. В.

Проведено экспериментальное изучение влияния величины механического напряжения на характер релаксации твердых полимеров и показана корреляция областей релаксационных переходов с наибольшими проявлениями нелинейной вязкоупругости. Для описания механического поведения полимеров с учетом кубических отклонений от линейности использовано общее слабосингулярное ядро. Показано, что в первом приближении нелинейные релаксационные процессы можно аппроксимировать путем введения коэффициента при параметре A . Подобная аппроксимация имеет существенное значение для описания динамических свойств твердых полимеров.

Для установления связи между напряжениями и деформациями в условиях физической нелинейности предложено уравнение Фреше – Вольтерра [1] следующего вида:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{ij}(t) = & a_{ijkl}\sigma_{kl}(t) + a_{ijklmn}\sigma_{kl}\sigma_{mn}(t) + \\
 & + a_{ijklmno}\sigma_{kl}(t)\sigma_{mn}(t)\sigma_{op}(t) + \dots + \\
 & + b_{ijkl} \int_0^t k_{11}(t-s)\sigma_{kl}(s)ds + b_{ijklmn} \int_0^t \int_0^t k_{22}(t-s_1; t-s_2)\sigma_{kl}(s_1) \cdot \\
 & \cdot \sigma_{mn}(s_2)ds_1ds_2 + b_{ijklmno} \int_0^t \int_0^t \int_0^t k_{33}(t-s_1; t-s_2; t-s_3) \cdot \\
 & \cdot \sigma_{kl}(s_1)\sigma_{mn}(s_2)\sigma_{op}(s_3)ds_1ds_2ds_3,
 \end{aligned} \tag{1}$$

В этой записи свойства материала инвариантны относительно $t=0$, т. е. относительно момента начала нагружения. Индекс n функции влияния k_n , обозначает степень нелинейности, а индекс s – число произвольных импульсов во времени. Практическое использование приведенного выражения затруднительно. Возможно некоторое упрощение его. Незначительное различие деформационных свойств при сжатии и растяжении для отдельных материалов в некоторых условиях позволяет пренебречь квадратичным членом. Кроме того, есть все основания полагать, что в момент $t=0$ связь между напряжением и деформацией будет линейной. С учетом вышеизложенного можно записать

$$\begin{aligned}
 \varepsilon(t) = & a\sigma(t) + b_1 \int_0^t k_{11}(t-s)\sigma(s)ds + b_3 \int_0^t \int_0^t \int_0^t k_{33}(t-s_1; t-s_2; t-s_3) \cdot \\
 & \cdot \sigma(s_1)\sigma(s_2)\sigma(s_3)ds_1ds_2ds_3 + \dots
 \end{aligned} \tag{2}$$

Но и в этом случае определение ядер k_{ns} представляет значительные трудности.

Предложены упрощенные зависимости для описания нелинейных свойств полимеров, которые представляют собой дальнейшее упрощение уравнений Фреше — Вольтерра и содержат один интеграл. Так, Лидерманом и Разовским [2, 3] предложено уравнение, описывающее нелинейную ползучесть в предположении, что кривые ползучести подобны

$$\varepsilon(t) = \sigma(t) + \int_0^t k(t-s) f[\sigma(s)] ds \quad (3)$$

Если кривые ползучести не подобны, а изохронные кривые, построенные по данным кривых ползучести, подобны, то для описания деформирования такого тела используют уравнение, предложенное Работновым [4]

$$\varphi[\varepsilon(t)] = \sigma(t) + \int_0^t k(t-s) \sigma(s) ds \quad (4)$$

Это выражение описывает деформирование тел, у которых нелинейные эффекты проявляются в равной степени при любой продолжительности времени воздействия. Это относится и к уравнению (3), в котором проявление эффектов нелинейности связывается только с величиной действующего напряжения.

При рассмотрении вопроса о нелинейности механических релаксационных свойств полимеров полезно обратиться к физическим представлениям о природе нелинейных эффектов. Принято считать, что физическая причина нелинейной вязкоупругости определяется зависимостью энергии активации U_0 от механического напряжения. В наиболее общей форме этот вопрос рассмотрен Гуревичем [5], который предложил зависимость времени релаксации τ_p для общего случая трехосного напряженного состояния изотропного тела

$$\tau_p = \tau_{p,0} \exp \frac{U_{p,0} - mp - n/\sigma_i - p_{\max}}{RT}, \quad (5)$$

где p — напряжение объемного сжатия, σ_i — то из главных напряжений, для которого абсолютное значение σ_i — p является максимальным, m и n — структурные параметры. В этом выражении раздельно учитывается влияние напряжений, вызывающих изменение объема и абсолютной величины, максимального сдвигающего напряжения. Если пренебречь квадратичной нелинейностью, то можно считать, что увеличение абсолютной величины напряжения эквивалентно сдвигу шкалы времени в сторону больших времен без изменения формы, например кривой ползучести. Следует заметить, что в литературе отсутствуют достаточно полные экспериментальные данные, на основании которых можно было бы отдать предпочтение той или иной точке зрения.

Экспериментальное изучение влияния величины сдвиговых напряжений на характер проявления механической релаксации твердых полимеров [6—8] проводили при различных температурах и частотах воздействия. Использовали наиболее распространенные виды нагружения — простое растяжение и простое сжатие. Применение симметричного цикла периодического растяжения и сжатия, проведение статических измерений при сжатии и растяжении позволяют сравнительно просто разделить суммарную величину отклонения от линейности на квадратичную и кубическую составляющие.

Изучение влияния амплитуды деформации на величину действительной части динамического модуля Юнга E' позволило установить, что максимальное уменьшение отношения E'_0/E'_* при увеличении амплитуды

* E'_0 и E'_* — определяли при амплитудах $\varepsilon=0,045$ и 1% соответственно.

относительной деформации от сотых долей процента до 1%, приведенное на рис. 1, совпадает по своему температурному положению с областями релаксационных переходов исследуемых полимеров. Наиболее ярко это проявляется у политрифтхлорэтилена (ПТФХЭ) и капролона. Можно считать также, что значительное относительное уменьшение действительной части динамического модуля E'_i полиметилметакрилата является начальной ветвью минимума, совпадающего с областью главного релаксационного перехода. Полученные при этом температурно-частотные зависимости тангенса угла механических потерь $\tan \delta$ обнаруживают весьма

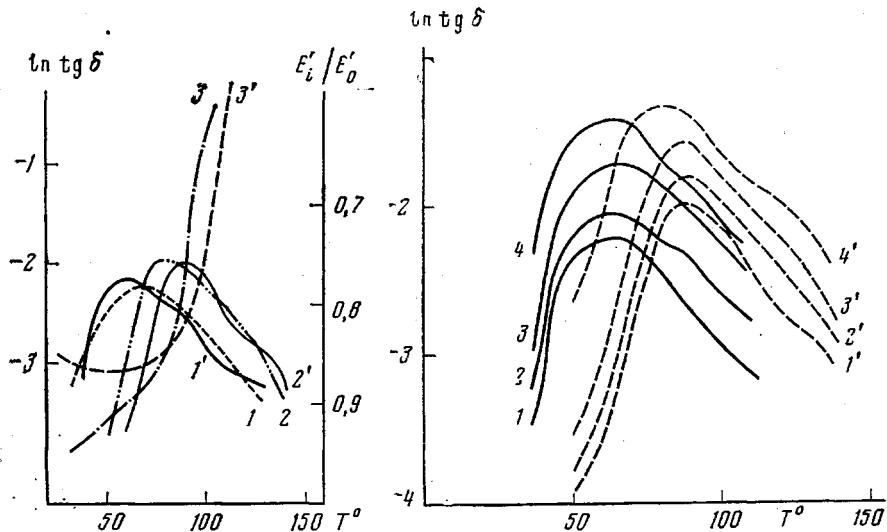


Рис. 1

Рис. 2

Рис. 1. Температурные зависимости отношения E_i'/E_0' (1-3) и $\ln \tan \delta$ при $\epsilon=0,045\%$ (1'-3'), полученные на частоте 0,1 Гц для капролона (1, 1'), ПТФХЭ (2, 2') и ПММА (3, 3')

Рис. 2. Температурные зависимости $\ln \tan \delta$, полученные при различных амплитудах относительной деформации на частоте 0,1 Гц для капролона (1-4) и ПТФХЭ (1'-4') при амплитуде $\epsilon=0,045$ (1, 1'), 0,359 (2, 2'), 0,72 (3, 3') и 1,03 (4, 4')

значительную зависимость от амплитуды деформации (рис. 2). Максимум $\tan \delta$ возрастает с увеличением амплитуды деформации, незначительно смещаясь вдоль оси температур. Таким образом, увеличение действующего напряжения сдвига приводит к увеличению интенсивности релаксационного процесса и (в значительно меньшей степени) к его смещению относительно температурной или временной оси.

Известно, что растяжение кристаллических полимеров сопровождается проявлением глубоких нелинейных эффектов, связанных с рекристаллизацией образца в силовом поле [9].

Действующие при этом механизмы связаны с различной глубиной перестройки исходных структур полимера. Важно отметить, что эти перестройки носят релаксационный характер [10] и сопровождают образование в растягиваемом материале так называемой «шейки». До момента появления «шейки» в материале образца создаются необходимые для этого предпосылки (локальные смещения неблагоприятно ориентированных по отношению к внешнему силовому полю структурных элементов, а в некоторых случаях и разрушение отдельных крупных элементов надмолекулярной структуры). Ранее нами была рассмотрена упрощенная модель механического поведения частично-кристаллического полимера до момента появления «шейки» в предположении, что структура полимера образована твердыми упорядоченными образованиями, которые связаны между

собой мягкими неупорядоченными областями. Деформация сдвига полимера будет определяться податливостью последних и смещением упорядоченных образований относительно друг друга. Изменением собственных размеров твердых элементов структуры можно пренебречь, так как известно, что их жесткость существенно превышает жесткость неупорядоченных (аморфных) образований [11].

В процессе скольжения одного слоя тела относительно другого все большее число упорядоченных образований будет при сближении подвергаться перестройке, облегчая тем самым развитие деформации и приводя к проявлению кубичной нелинейности механических свойств. Для описания макроскопических сдвиговых свойств рассматриваемых нами частично-кристаллических полимеров используем степенной ряд разложения функции $\gamma \sim \tau$ в виде

$$\gamma = \frac{\tau}{G} + \Gamma \frac{\tau^3}{G^3}, \quad (6)$$

где γ — относительная деформация сдвига и τ — напряжение сдвига. В этом выражении имеется линейный член τ/G и кубический τ^3/G^3 . Квадратичный член использовать в данном случае нецелесообразно, так как характер развития деформации сдвига не будет зависеть от знака напряжения τ . Рассмотрением членов ряда более высоких степеней можно пренебречь. Коэффициент при кубическом члене Γ удобно представить в виде

$$\Gamma = c/\gamma_0^2, \quad (7)$$

где c — функция кубичной нелинейности, описывающая процесс перестройки упорядоченных образований и определяемая интенсивностью релаксационных процессов в полимере. И действительно, если исходить из предположения, что нелинейные эффекты обусловлены смещениями упорядоченных образований, носящими кинетический, релаксационный характер [10], то и функция кубической нелинейности будет определяться релаксационными процессами данного полимера. В выражении (7) γ_0^2 — структурный коэффициент, изменение значения которого можно трактовать как изменение числа упорядоченных образований в плоскости сдвига полимера.

Воспользовавшись известными соотношениями теории упругости, выражим в соотношении (6) относительную деформацию сдвига γ через относительную деформацию одноосного растяжения и сжатия ϵ , модуль сдвига G через модуль Юнга E и коэффициент Пуассона μ , напряжение сдвига τ через напряжение растяжения и сжатия σ

$$\epsilon = \frac{1}{E} \left[\sigma + \frac{c}{\gamma_0^2} \frac{(1+\mu)^2}{E^2} \sigma^3 \right] \quad (8)$$

Интенсивность проявления кубичной нелинейности, которая описывается выражениями (7) и (8), определяется функцией c/γ_0^2 , которая соответствует перестройке упорядоченных образований и определяется интенсивностью релаксационных процессов в полимере.

Изучение температурно-временных зависимостей изменения функции кубичной нелинейности проводили с использованием статического и динамического методов. Статические измерения осуществляли в режимах ползучести и релаксации напряжения при растяжении и сжатии в диапазоне деформаций от 0,1 до 2,5 %. По результатам измерений при малых механических воздействиях (относительная деформация порядка 0,1 %) методом графического дифференцирования были определены значения $\frac{\pi}{2} \cdot \frac{d \ln E}{d \ln t}$ и построены их временные зависимости для исследованного

интервала температур. Оказалось, что функции

$$\ln E = f(\ln t) \text{ и } \frac{\pi}{2} \cdot \frac{d \ln E}{d \ln t} = f(\ln t),$$

полученные из опытов по определению ползучести и релаксации напряжения при соответствующих температурах, в пределах основной погрешности эксперимента $\pm 4\%$ совпадают. Значения функции кубичной нелинейности вычисляли по данным 4–5 экспериментов при растяжении и сжатии, причем соответствующие значения E и μ брали из опытов, проведенных при малых механических воздействиях. Аналогичной обработке под-

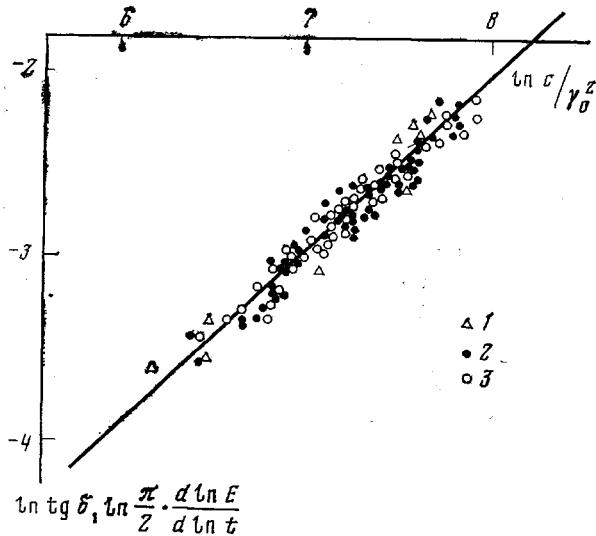


Рис. 3. Корреляционная диаграмма $\ln \operatorname{tg} \delta$, $\ln \frac{\pi}{2} \cdot \frac{d \ln E}{d \ln t}$ для капролона (1 – по данным динамических измерений, 2 – из измерений ползучести, 3 – по данным релаксации напряжения)

вергали результаты динамических измерений. Было установлено, что у капролона функция кубичной нелинейности не зависит от напряжения. Была построена корреляционная диаграмма $\ln(\operatorname{tg} \delta)$, $\ln \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{d \ln E}{d \ln t} \right) - \ln \frac{c}{\gamma_0^2}$ (рис. 3), из которой следует наличие функциональной зависимости

$$\ln \frac{c}{\gamma_0^2} = 1,035 \left[\ln(\operatorname{tg} \delta) \ln \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{d \ln E}{d \ln t} \right) \right] + 10,07 \quad (9)$$

Запишем деформацию ползучести твердого полимера с учетом кубичных отклонений от линейности, используя выражение (8), в рамках наследственной теории

$$\varepsilon(t; \sigma) = \frac{\sigma}{E} \left[1 + \int_0^t k(t) dt \right] + \left\{ \frac{\sigma}{E} \left[1 + \int_0^t k(t) dt \right] \right\}^3 \frac{c}{\gamma_0^2} (1 + \mu)^2 \quad (10)$$

Для описания механического поведения твердого полимера нами было выбрано общее слабосингулярное ядро в виде [12, 13]

$$T(t) = A e^{-\beta t} t^{\alpha-1}; \quad (0 < \alpha < 1) \quad (11)$$

Для этого ядра найдена резольвента в виде [14]

$$k(t) = \frac{e^{-\beta t}}{t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[A\Gamma(\alpha)]^n t^{\alpha n}}{\Gamma(\alpha n)} \quad (12)$$

Используя табличные значения интегралов, приведенные в работе [15] для выбранного нами ядра, определим значения функции кубичной нели-

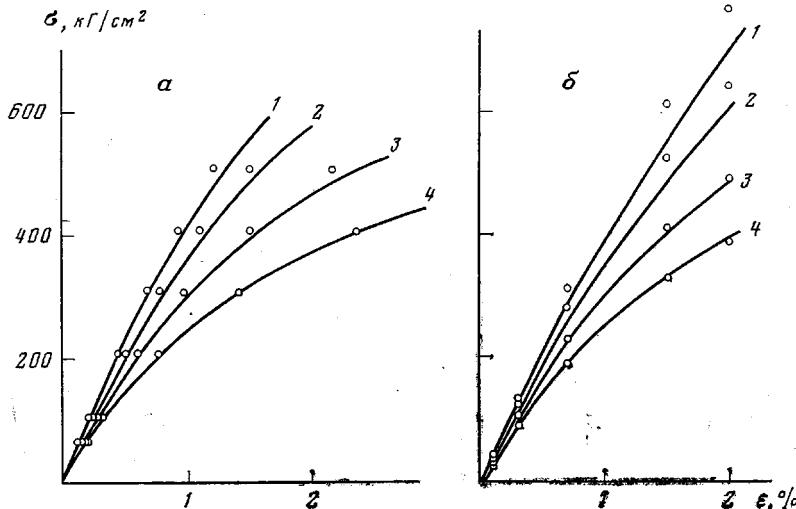


Рис. 4. Изохронные зависимости $\sigma - \epsilon$, полученные из кривых ползучести капролона (а) и кривых релаксации напряжения (б) при температуре 24° (а) и 22° (б)

Сплошные линии — расчетные кривые, точки — экспериментальные значения; время воздействия 0,05 (1), 5 (2), 500 (3) и 15 900 с (4)

нейности капролона

$$\ln \frac{\sigma}{\gamma_0^2} = 1,035 \ln \left[\frac{\pi}{2} \cdot \frac{k(t)t}{1 + \int_0^t k(t)dt} \right] + 10,07 \quad (13)$$

Здесь использовано приближенное соотношение, полученное ранее

$$\frac{d \ln E}{d \ln t} \cong \frac{k(t)t}{1 + \int_0^t k(t)dt}$$

Сравнение расчетных изохрон $\sigma - \epsilon$, полученных с помощью выражения (10) по описанной выше методике, с экспериментальными (рис. 4) показало хорошее согласие (особенно в области больших времен). Изохронные зависимости, построенные для температур выше комнатной, дают лучшее согласие эксперимента с расчетом как для случая ползучести, так и для релаксации напряжения. Для получения расчетных значений напряжения $\sigma(t)$ для режима нагружения с постоянной деформацией решалось кубическое уравнение (10).

Больший интерес представляет рассмотрение временных зависимостей $\ln \Pi = f(\ln t)$ и $\ln E = f(\ln t)$ во всем описываемом интервале времен воздействия при различных напряжениях и деформациях. На рис. 5, а при-

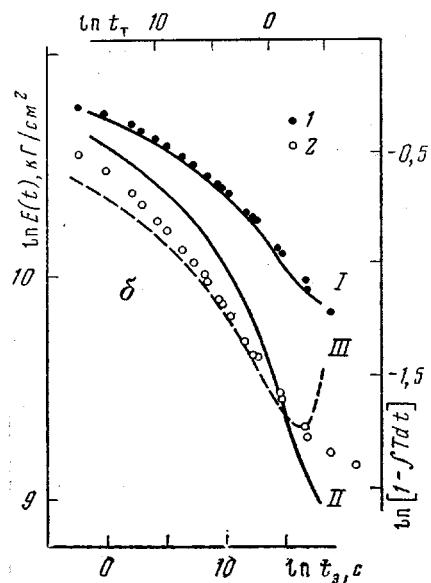
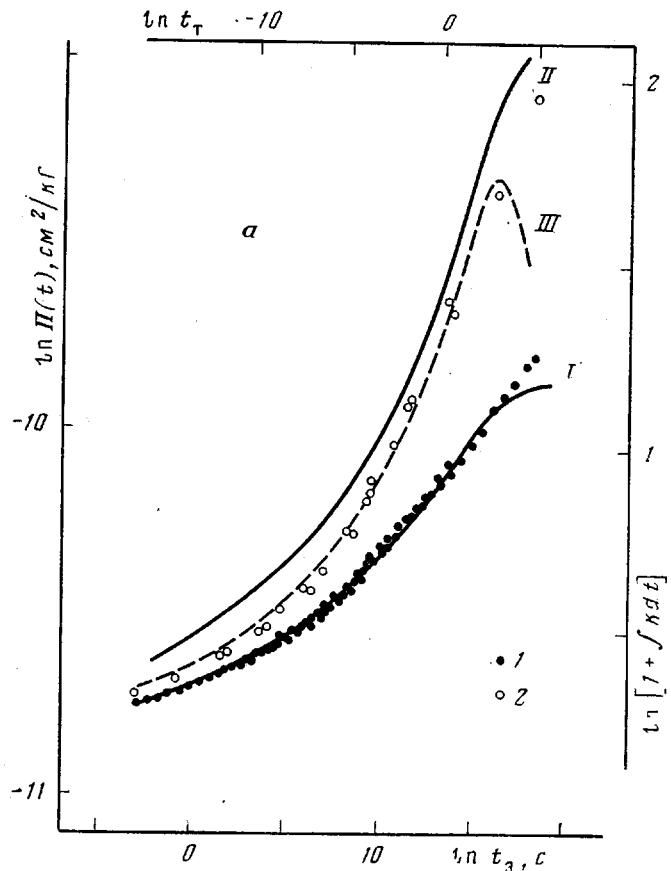


Рис. 5. Теоретические кривые линейной (I, II) и нелинейной (III) ползучести (а) и релаксации (б) капролона (1, 2 — экспериментальные данные)

а: $\sigma = 20-30$ (1) и 200 кг/см^2 (2, III); $\delta = e = 0,1$ (1) и 2% (2, III)

ведены совмещенные графики теоретических кривых линейной ползучести с параметрами $\alpha_t = 0,05$, $\beta_t = 0,05$, $A_t = 0,0304$ (кривая I) и $\alpha_t = 0,05$, $\beta_t = 0,05$,

$A_t = 0,0387$ (кривая II), оси координат которых $\ln \left[1 + \int_0^t k(t) dt \right] - \ln t_t$

совмещены с осями координат $\ln \Pi - \ln t_0$ таким образом, что нулевое значение на оси $\ln \left[1 + \int_0^t k(t) dt \right]$ совпадает со значением $\ln \Pi = \ln(1/E)^0$, где

E — упругий модуль, а нулевое значение на оси $\ln t_0$ совпадает со значением $\ln t_0$, равным значению коэффициента временной корреляции $\ln k$ для комнатной температуры. На этом же рисунке нанесена расчетная кривая ползучести капролона при воздействии напряжения $\sigma = 200 \text{ кГ/см}^2$, полученная из уравнения (10) делением на напряжение σ

$$\Pi(t; \sigma) = \frac{1}{E} \left[1 + \int_0^t k(t) dt \right] + \frac{1}{\sigma} \left\{ \frac{\sigma}{E} \left[1 + \int_0^t k(t) dt \right] \right\}^3 \frac{e}{\gamma_0^2} (1+\mu)^2$$

При нанесении на совмещенный график экспериментальных значений податливости, полученных при различных температурных условиях, проводили преобразование шкалы времени, т. е. приведение временных зависимостей податливостей, полученных при различных температурах, к комнатной температуре

$$\ln t_0(T_i) = \ln t_0(T_e) + \ln k(T_i) - \ln k(T_e), \quad (14)$$

где $\ln t_0(T_i)$ — экспериментальная шкала времени при температуре T_i , а $\ln k(T_i)$ и $\ln k(T_e)$ — коэффициенты временной корреляции при температуре T_i и при комнатной температуре T_e . Значения $\ln k$ определяли по полученной ранее экспериментальной зависимости $\ln k = f(T)$.

Таким образом строились экспериментальные зависимости $\ln \Pi = f(\ln t_0)$, полученные как для линейной (максимальные значения относительной деформации не превышали 0,1 — 0,14%), так и для нелинейной области воздействий ($\sigma = 200 \text{ кГ/см}^2$). При такой величине приложенного напряжения максимальные значения деформаций не превышают 2,5% во всем исследованном диапазоне времен и температур. Совпадение экспериментальных значений с расчетными хорошее во всем диапазоне временной шкалы. Существенные отклонения экспериментальных значений от расчетных проявляются только в области выхода расчетной кривой податливости на асимптоту.

На рис. 5, б приведены совмещенные графики теоретических кривых линейной релаксации с параметрами $\alpha_r = 0,05$, $\beta_r = 0,05$, $A_r = 0,0304$ (кривая I) и $\alpha_r = 0,05$, $\beta_r = 0,05$, $A_r = 0,0387$ (кривая II), оси координат которых

$\ln \left[1 - \int_0^t T(t) dt \right] - \ln t_T$ совмещены с осями координат $\ln E(t) - \ln t_0$ таким

образом, что нулевое значение на оси $\ln \left[1 - \int_0^t T(t) dt \right]$ совпадает со значением логарифма упругого модуля, а нулевое значение на оси $\ln t_0$ совпадает со значением $\ln t_T$, равным значению коэффициента временной корреляции $\ln k$ для комнатной температуры, т. е. температуры приведения. На этом же рисунке показана расчетная кривая релаксации напряжения капролона при относительной деформации 2%, полученная решением уравнения (10) относительно напряжения. При нанесении на совмещенный график экспериментальных значений релаксационного модуля, полученных при разных температурных условиях, проводили преобразование шкалы времени с использованием соотношения (14). Наибольшие отклонения экспериментальных значений от расчетных для кривых нелинейной релаксации напряжения наблюдаются в области очень малых и очень

больших времен воздействия (определения «малые» и «большие» времена относятся к обобщенным кривым релаксации напряжения). Природа отклонений в области больших времен кривых нелинейной релаксации напряжения такая же, как для обобщенных кривых нелинейной ползучести, а в области малых времен меньшие значения расчетного модуля релаксации (по сравнению с экспериментальными) связаны с меньшей фактической интенсивностью релаксационного процесса по отношению к расчетному, т. е.

$$\left[\frac{\pi}{2} \frac{d \ln E(t)}{d \ln t} \right]_t < \left[\frac{\pi}{2} \frac{T(t)t}{1 - \int_0^t T(t) dt} \right]_t$$

Рассматривая совместно кривые нелинейной ползучести и релаксации напряжения в достаточно широком временном диапазоне (рис. 5), можно заключить, что в целом эти кривые не могут быть описаны, например, кривыми линейной ползучести или релаксации напряжения с увеличенным параметром A_t .

Однако через любую точку кривой нелинейной ползучести или релаксации напряжения можно провести теоретическую кривую, которая и на некотором удалении от рассматриваемой точки (по шкале времени) будет близка к нелинейной кривой. Очевидно, что в определенном (относительно узком) временном интервале возможно описание нелинейных релаксационных процессов с помощью кривых линейной ползучести или релаксации напряжения за счет изменения величины параметра A_t . Подобная аппроксимация целесообразна при описании процессов динамического нагружения за пределами линейной области механических воздействий, так как решение уравнений (1) и (2) для случая периодического нагружения представляется весьма сложным. Для выбранного нами ядра (11) действительная часть динамического модуля $E'(\omega)$ и тангенс угла механических потерь могут быть записаны в виде

$$E'(\omega) = E [1 - A\Gamma(\alpha) (\beta^2 + \omega^2)^{\alpha-0.5} \cdot \cos \left(\alpha \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\beta} \right)] \quad (15)$$

$$\operatorname{tg} \delta(\omega) = \frac{A\Gamma(\alpha) (\beta^2 + \omega^2)^{\alpha-0.5} \cdot \sin \left(\alpha \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\beta} \right)}{1 - A\Gamma(\alpha) (\beta^2 + \omega^2)^{\alpha-0.5} \cdot \cos \left(\alpha \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\beta} \right)} \quad (16)$$

Если упругий модуль E , параметры α_t и β_t остаются постоянными, а параметр A_t увеличивается, то величина действительной части динамического модуля будет уменьшаться, а тангенс угла механических потерь будет возрастать. При этом частотное положение максимума $\operatorname{tg} \delta$ будет практически неизменным при изменении параметра A_t , соответствующего проявлениям рассматриваемых нами нелинейных эффектов.

Таким образом, можно в определенном диапазоне деформаций учесть проявления кубичной нелинейности в случае периодических воздействий путем введения коэффициента аппроксимации k_σ при параметре A_t . Запишем

$$E'(\omega, \tau) = E [1 - k_\sigma A\Gamma(\alpha) (\beta^2 + \omega^2)^{\alpha-0.5} \cdot \cos \left(\alpha \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\beta} \right)] \quad (17)$$

$$\operatorname{tg} \delta(\omega, \sigma) = \frac{k_\sigma A\Gamma(\alpha) (\beta^2 + \omega^2)^{\alpha-0.5} \cdot \sin \left(\alpha \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\beta} \right)}{1 - k_\sigma A\Gamma(\alpha) (\beta^2 + \omega^2)^{\alpha-0.5} \cdot \cos \left(\alpha \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\beta} \right)}, \quad (18)$$

где k_a может быть получено из выражения (8) и из равенства

$$1 - \int_0^t T(t) dt = \left[1 + \int_0^t k(t) dt \right]^{-1},$$

которое справедливо для малых деформаций в линейной области воздействий

$$k_a = \frac{1}{\int_0^t T(t) dt} \left[\frac{\left(1 - \int_0^t T(t) dt \right)^3}{1 + \frac{\sigma^2}{E^2} \cdot \frac{c}{\gamma_0^2} (1+\mu)^2} \right], \quad (19)$$

где значения интегралов берутся из таблиц работы [15], а c/γ_0^2 — уже известная функция кубичной нелинейности. Коэффициент аппроксимации

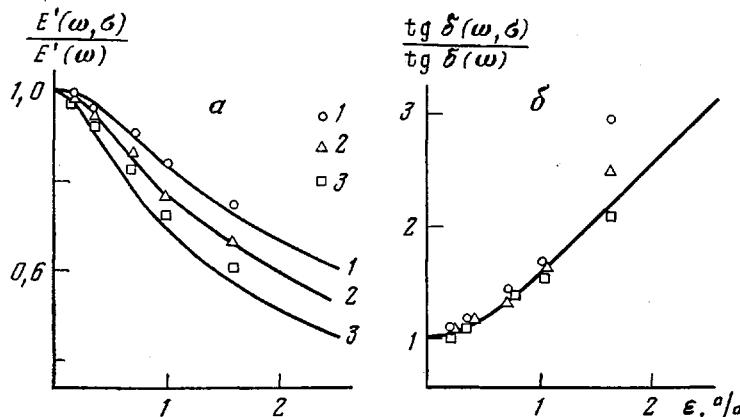


Рис. 6. Относительное уменьшение действительной части динамического модуля (а) и увеличение $\operatorname{tg} \delta$ (б) в зависимости от амплитуды деформации капролона при температурах 26 (1), 41,5 (2), 56,5° (3) и частоте 0,1 гц. Сплошные линии — расчетные зависимости, точки — экспериментальные данные

k_a легко может быть определен экспериментально по параметрам функции влияния α_t , β_t и A_t из статических или динамических измерений в линейной области воздействий. Проводится серия измерений с последовательно возрастающими амплитудами деформаций. Для вычисления коэффициента k_a удобно использовать выражение

$$k_a = \frac{E - E'(\omega; \sigma)}{E - E'(\omega)}, \quad (20)$$

где $E'(\omega)$ — действительная часть динамического модуля, независимая от амплитуды напряжения σ_0 . Для твердых полимеров (по результатам наших опытов) можно считать, что значения $E'(\omega)$ при $\epsilon \leq 0,1\%$ практически не зависят от амплитуды σ_0 . Получив значения коэффициентов k_a для ряда последовательно возрастающих амплитуд напряжения σ_0 и зная параметры функции влияния α_t , β_t и A_t и упругий модуль E , можно определить функцию кубичной нелинейности c/γ_0^2 .

Возможность описания нелинейных периодических процессов с помощью функций влияния линейной теории изучали на капролоне. Изменения проводили в процессе периодического нагружения образца полимера растяжением и сжатием. Такой режим нагружения позволил свести

к минимуму влияние нелинейных эффектов, связанных с изменением объема образца, т. е. исключить влияние квадратичных нелинейных эффектов.

Расчетные зависимости $E'(\omega, \sigma)/E'(\omega) = f(\epsilon)$, полученные с использованием выражений (13), (17) и (19), удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями $E'(\omega, \sigma)/E'(\omega)$ для амплитуд деформаций до 1,6% (рис. 6). Сравнение расчетных зависимостей $\operatorname{tg} \delta(\omega, \sigma)/\operatorname{tg} \delta(\omega) = f(\epsilon)$ с экспериментальными значениями показывает хорошее согласие только до амплитуд относительной деформации порядка 1% (рис. 6, б).

Таким образом, в случае использования общего слабосингулярного ядра (11), (12) возможно физически правильное описание процессов кубичной нелинейности как при статических, так и при динамических режимах нагружения твердых полимеров.

Московский текстильный
институт

Поступила в редакцию
9 X 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Ильюшин, Б. Е. Победря, Основы математической теории термовязкости, «Наука», 1970.
2. H. Leaderman, Elastic and Creep Properties of Filamentous and other High Polymers, Washington, 1943.
3. М. И. Розовский, Ж. техн. физики, 21, 21, 1951.
4. Ю. Н. Работнов, Прикл. механика и математика, 12, 53, 1948.
5. Г. И. Гуревич, Труды геофизического института АН СССР, Изд-во АН СССР, 1953, № 21, стр. 49.
6. Ю. В. Зеленев, А. Г. Новиков, Заводск. лаб., 32, 693, 1966.
7. Ю. В. Зеленев, А. Г. Новиков, Заводск. лаб., 36, 235, 1970.
8. Ю. В. Зеленев, А. Г. Новиков, Заводск. лаб., 44, 888, 1978.
9. В. А. Карагин, Т. И. Соголова, Ж. физ. химии, 27, 1039, 1208, 1213, 1325, 1953.
10. В. А. Карагин, Т. И. Соголова, В. М. Рубштейн, Высокомолек. соед., A10, 2017, 1968.
11. И. Сакурада, Т. Ито, К. Накамае, Химия и технология полимеров, 1964, № 10, 19.
12. А. Р. Ржаницын, Некоторые вопросы механики систем, деформирующихся во времени, Стройиздат, 1949.
13. М. А. Колтунов, В. Н. Безухов, Вестник МГУ, серия математика и механика, 1963, № 6.
14. М. А. Колтунов, Механика полимеров, 1966, 483.
15. М. А. Колтунов, Ползучесть и релаксация, «Высшая школа», 1976.

AN APPLICATION OF INFLUENCE FUNCTIONS OF THE LINEAR HEREDITARY THEORY TO THE DESCRIPTION OF NONLINEAR EFFECTS IN POLYMERS

Novikov A. G., Zelenev Yu. V.

Summary

An experimental study of the influence of a mechanical stress on the relaxation phenomena in solid polymers has been carried on and the correlation of relaxation transitions regions with the most manifestations of nonlinear viscoelasticity has been shown. In order to describe the mechanical behavior of polymers taking into account cubic deviations from linearity, the general weakly singular kernel was used. It was shown that as the first approach, the nonlinear relaxation processes can be approximated by introduction of a coefficient at the parameter A that has an essential importance for a description of dynamical properties of solid polymers.