

## МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

УДК 541.64 : 539.3

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЛГОВЕЧНОСТИ  
ПОЛИМЕРОВ*Бокшицкий М. Н., Лапшина Н. Ф.*

Приводится экспериментальная проверка метода прогнозирования длительной прочности, основанного на феноменологической теории дисперсной поврежденности.

Проблема прогнозирования длительной прочности полимеров остается весьма актуальной. В связи с этим данная работа содержит результаты экспериментальной проверки одного экстраполяционного метода [1]. Он получен феноменологически из следующего кинетического уравнения [2]:

$$\dot{\psi} = -A\psi^n \frac{e^{\alpha\sigma}}{\psi^{\alpha}}, \quad (1)$$

где  $\sigma \geq 0$  — эквивалентное напряжение (критерий прочности);  $1 \geq \psi(t) \geq 0$  — сплошность твердого тела [3];  $A$  и  $\alpha$  — эмпирические параметры, зависящие от температуры и других внешних факторов;  $n=0,1$  — порядок реакции деструкции;  $\psi$  — скорость изменения сплошности. Обычно [4] при  $\sigma > 0$   $n=1$ .

Приближенно сплошность определяется как

$$\psi = C/C_0, \quad (2)$$

где  $C$  и  $C_0$  — текущее и начальное значения контролируемой характеристики материала, например, разрушающего напряжения при растяжении. Постулируется [3], что

$$\psi(0) = 1 \quad (3)$$

$$\psi(\tau) = 0, \quad (4)$$

где  $\tau$  — долговечность.

В режиме одноосного растяжения для  $\sigma_t = \sigma = \text{const}$  интегрирование (1) при  $n=1$  и начальном условии (3) приводит к уравнению

$$\psi = (1 - A\alpha\sigma e^{\alpha\sigma t})^{1/\alpha}, \quad (5)$$

из которого при помощи условия разрушения (4) вытекает временная зависимость хрупкой прочности

$$\tau = e^{-\alpha\sigma}/A\alpha\sigma \quad (6)$$

Для практической реализации этой формулы попытаемся определить значения параметров  $A$  и  $\alpha$  ускорению: из бинома (5), который в достаточно широком временном диапазоне (рис. 1) можно заменить прямой

$$\psi = 1 - it', \quad (7)$$

где  $i = 1/\alpha\sigma$ ,  $t' = t/\tau$ . Возникающую при такой замене погрешность определим как

$$\delta = \frac{(1 - it') - (1 - t')^i}{(1 - t')^i} \cdot 100\% \leq \delta_n \quad (8)$$

В инженерной практике обычно принимают  $\delta_n \leq 10\%$ . На рис. 2 для различных значений безразмерного времени представлена зависимость ошибки  $\delta$  от параметра  $0 < i \leq 1$ . Графики имеют экстремальную форму. Координаты максимума ( $i_m$ ,  $\delta_m$ ) находятся из условия  $\partial\delta/\partial i = 0$ . В итоге

$$i_m = \frac{1}{t'} + \frac{1}{\ln(1-t')} \quad (9)$$

$$\delta_m = \left[ \frac{1 - i_m t'}{(1 - t')^{i_m}} - 1 \right] \cdot 100\% \quad (10)$$

Анализ рис. 2 показывает, что при  $t' \leq 0,57$  условие (10) выполняется для любых напряжений, а при  $i \leq 0,076 < \delta_n$  практически на всем временном интервале.

Далее рассмотрим процесс механодеструкции [2] двух серий образцов под действием постоянных напряжений  $\sigma_1 < \sigma_2$ . После их экспозиции под нагрузкой в течение времени  $t_h \leq 0,6t_2$  экспериментально определим, пользуясь уравнением (2), сплош-

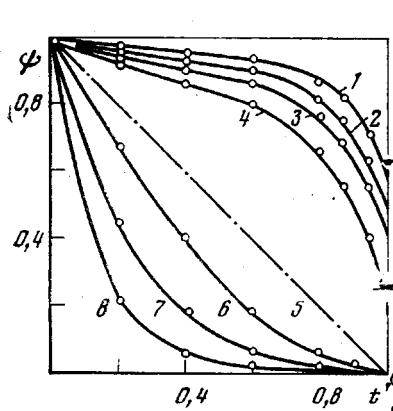


Рис. 1. Кривые механодеструкции твердого тела:  $i=0,08$  (1);  $0,1$  (2);  $0,14$  (3);  $0,24$  (4);  $1,0$  (5);  $1,8$  (6);  $3,57$  (7);  $7,15$  (8)

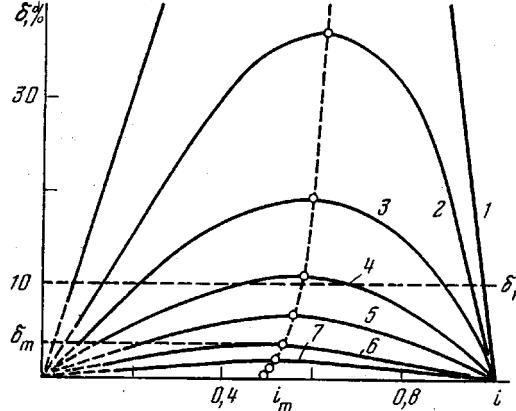


Рис. 2. Зависимость относительной ошибки  $\delta$  от параметра  $i$ :  $t'=0,9$  (1);  $0,8$  (2);  $0,7$  (3);  $0,6$  (4);  $0,5$  (5);  $0,4$  (6);  $0,3$  (7)

ности  $\psi_1$  и  $\psi_2$ . Тогда с учетом уравнений (6) и (7) скорости хрупкого разрушения вычисляются как

$$v_1 = A e^{\alpha \sigma_1} = \frac{1 - \psi_1}{t_h}, \quad v_2 = A e^{\alpha \sigma_2} = \frac{1 - \psi_2}{t_h} \quad (11)$$

и, следовательно,

$$\frac{v_1}{v_2} = e^{\alpha(\sigma_1 - \sigma_2)} = \frac{1 - \psi_1}{1 - \psi_2} \quad (12)$$

В итоге из уравнения (12) параметр

$$\alpha = \frac{2,3}{\sigma_1 - \sigma_2} \lg \frac{1 - \psi_1}{1 - \psi_2}, \quad (13)$$

а из уравнения (11) параметр

$$A = \frac{1 - \psi_1}{t_h} e^{-\alpha \sigma_1} = \frac{1 - \psi_2}{t_h} e^{-\alpha \sigma_2} \quad (14)$$

Рассмотренную процедуру определения параметров исходного кинетического уравнения (1), являющуюся развитием метода хрупкого дорыва [4], проверяли экспериментально.

Образцы по форме соответствовали ГОСТ 11262-76 (тип 6). Однако размеры их были уменьшены вдвое. Образцы отливали при давлении 116,5 МПа и температуре формы 25°. Продолжительность формования составляла 15 с. Экспериментально по ГОСТ 21553-76 (визуальным методом) определяли также температуру плавления полистирола.

Определяли при 20° предельные характеристики материала: разрушающее напряжение при растяжении  $\sigma_p$  и относительное удлинение при разрыве  $\varepsilon_p$ , а также длительную прочность при 50, 60 и 70°. Эксперименты проводили в воздушной среде.

Механические испытания осуществляли по ГОСТ 11262-76 на разрывной машине ZM-40 при скорости деформирования 10 мм/мин. Длительную прочность исследовали по ГОСТ 18197-72 при одноосном растяжении на стенде [5] в режиме  $p=\text{const}$ . Значения испытательных напряжений приведены в табл. 1.

Метод хрупкого дорыва проверяли при 70°. С этой целью образцы экспонировали на стенде при двух уровнях постоянного напряжения:  $\sigma_1=10,4$  МПа (14 образцов) и  $\sigma_2=13,0$  МПа (15 образцов) в течение  $t_h=600$  с, причем  $t_h < 0,6t_2=728$  с. Затем

Таблица 1

## Условия испытаний полистирола на длительную прочность

$T^\circ$	Напряжение, МПа	Число образцов	$T^\circ$	Напряжение, МПа	Число образцов	$T^\circ$	Напряжение, МПа	Число образцов
50	22,7	25	60	20,2	23	70	23,5	9
	20,1	27		18,0	26		20,9	10
	18,9	23		15,7	23		18,3	8
							15,7	8
							13,0	9

Таблица 2

Механические характеристики полистирола при  $20^\circ$ 

Образец, №	$\sigma_p$ , МПа	$\varepsilon_p$ , %	Образец, №	$\sigma_p$ , МПа	$\varepsilon_p$ , %	Образец, №	$\sigma_p$ , МПа	$\varepsilon_p$ , %
1	33,5	3,3	9	45,7	4,16	17	50,2	5,83
2	38,9	3,75	10	46,0	4,16	18	51,3	5,83
3	40,0	3,75	11	46,0	4,18	19	52,8	6,25
4	40,0	3,95	12	46,8	5,0	20	52,8	6,25
5	43,0	3,95	13	47,4	5,0	21	52,8	6,25
6	43,3	3,95	14	47,6	5,0	22	48,5	6,46
7	44,8	4,16	15	48,5	5,41	23	55,1	6,67
8	45,3	4,16	16	49,1	5,63	24	55,5	7,80
						25	57,4	7,67

Таблица 3

## Статистические оценки механических характеристик полистирола \*

$\sigma_p$ , МПа $\varepsilon_p$ , %	$S_\sigma$ , МПа $S_\varepsilon$ , %	$w_\sigma = \frac{S_\sigma}{\sigma_p} \cdot 100\%$ $w_\varepsilon = \frac{S_\varepsilon}{\varepsilon_p} \cdot 100\%$	$\Delta\sigma_p$ , МПа $\Delta\varepsilon_p$ , %	$\eta_\sigma = \frac{\Delta\sigma_p}{\sigma_p} \cdot 100\%$ $\eta_\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon_p}{\varepsilon_p} \cdot 100\%$
47,5 5,128	5,2 1,452	11,0 28,3	2,0 0,5974	4,17 11,64

\* Числитель и знаменатель — статистические оценки соответственно для прочности и разрывного удлинения.

образцы разгружали и после суточной выдержки в нормальных условиях доразрушали на разрывной машине ZM-40 при скорости деформирования 10 мм/мин. По полученным данным вычисляли значения остаточной прочности  $\sigma_{01}$  и  $\sigma_{02}$ , соответствующие заданным напряжениям  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ .

Результаты механических испытаний образцов приведены в табл. 2.

Соответствующие статистические оценки (стандартное отклонение, коэффициент вариации, доверительный интервал и относительная ошибка) представлены в табл. 3.

Доверительные интервалы рассчитаны для надежности 95%.

Экспериментальные значения долговечности образцов, полученные для различных температур и напряжений, приведены в табл. 4. Доверительные интервалы  $\Delta u$  частных средних значений долговечности рассчитывались для надежности 95%. На рис. 3 представлены кривые долговечности, построенные по данным табл. 4. На графиках фигурируют частные средние  $\bar{u}_x$ .

Эксперимент по хрупкому дорыву показал, что для постоянных испытательных напряжений  $\sigma_1=10,4$  МПа и  $\sigma_2=13,0$  МПа средняя остаточная прочность составила  $\sigma_{01}=43,3$  МПа и  $\sigma_{02}=37,9$  МПа. Используя формулу (2), вычисляем сплошности  $\psi_1=-\bar{\sigma}_{01}/\sigma_p=0,911$  и  $\psi_2=-\bar{\sigma}_{02}/\sigma_p=0,798$ , а затем по формулам (13) и (14) параметры  $A$  и  $\alpha$ . В результате  $\alpha=0,311/\text{МПа}$  и  $A=5,93 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ .

Табл. 5 иллюстрирует сравнение расчетных  $\tau_p$  и экспериментальных  $\tau_e$  значений долговечности. Первые получены по формуле (6) с использованием экспериментально полученных значений параметров  $A$  и  $\alpha$ .

Анализ табл. 5 показывает, что расчетная кривая практически оказывается в 95%-ном доверительном интервале экспериментальных значений долговечности, располагаясь ближе к нижней доверительной границе.

Ошибка метода  $\left( \delta = \frac{\tau_p - \tau_s}{\tau_p} \cdot 100\% \right)$  представляется вполне допустимой, если

учесть характерный для хрупкой прочности разброс значений. Предложенный метод пригоден также и для сложного напряженного состояния, когда в качестве силового

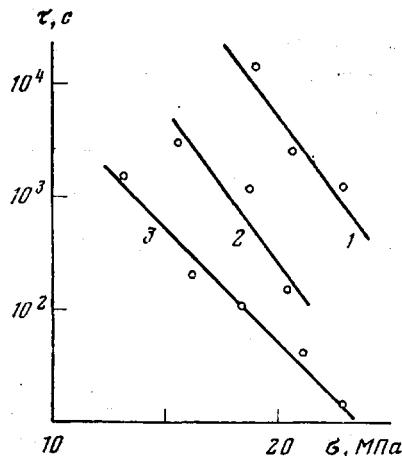


Рис. 3. Кривые долговечности полистирола при 50 (1), 60 (2) 70° (3)

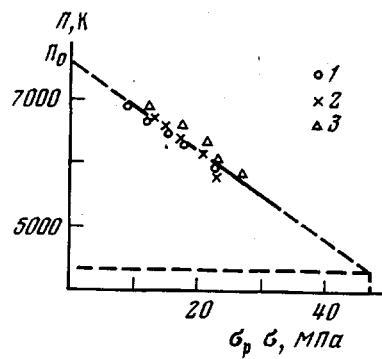


Рис. 4. Зависимость параметра Ларсона — Миллера от напряжения при 70 (1), 60 (2), 50° (3)

фактора следует использовать критерий хрупкой прочности (обычно максимальное нормальное напряжение).

Полученные экспериментальные данные использовались также для проверки применимости к полистиролу других экстраполяционных методов.

Таблица 4  
Значения долговечности полистирола

$T^\circ$	$\sigma, МПа$	Число образцов	$\tau, с$	$\bar{u}_x = \lg \tau$	$\Delta y$
70	13,0	9	1214	3,0844	0,0888
	15,7	8	283	2,4522	0,0564
	18,3	8	114	2,0582	0,0516
	20,9	10	50	1,7042	0,0657
	23,5	9	12	1,0924	0,0600
60	15,7	23	4107	3,6136	0,0988
	18,0	26	924	2,9656	0,1103
	20,2	23	253	2,4035	0,0926
50	18,9	23	11 189	4,0488	0,0718
	20,1	27	4940	3,6937	0,0977
	22,7	25	1413	3,1501	0,1007

В работе [5] показано, что при хрупком разрыве структурный параметр  $\alpha$  приближенно вычисляется как

$$\alpha = (\sigma_p \cdot \varepsilon_p)^{-1} \quad (15)$$

Используя данные табл. 3, находим, что при  $20^\circ \alpha = 0,41 \text{ МПа}^{-1}$ , а при  $70^\circ \alpha = 0,35 \text{ МПа}^{-1}$ , т. е. всего на 11,4% отличается от значения, полученного методом хрупкого разрыва ( $0,31 \text{ МПа}^{-1}$ ). Пересчет на температуру  $70^\circ$  проводили с помощью известной формулы  $\alpha = \gamma / RT$ , приводящей к выражению  $\alpha_2 = \alpha_1 (T_1 / T_2)$ .

Проверка известных [6] параметрических оценок долговечности показала, что для полистирола наиболее достоверным оказывается параметр Ларсона — Миллера

$$\Pi = T(20 + \lg \tau) = F(\sigma), \quad (16)$$

где  $\tau$  — долговечность в часах,  $T$  — абсолютная температура, а  $F(\sigma)$  — функция напряжения.

На рис. 4 изображена зависимость параметра Ларсона — Миллера от напряжения. Экспериментальные точки, относящиеся к температуре 50, 60, 70°, достаточно точно ложатся на обобщенную прямую. Расхождение значений параметра, полученных для различных температур, не превышает 3,3%. Экстраполяция обобщенной прямой до точки, соответствующей  $\sigma_p$  при 20° (47,5 MPa) позволяет получить характеристическое значение параметра  $\Pi_p$ , которое может быть рассчитано по формуле (16),

Таблица 5

Проверка достоверности метода хрупкого дробления

$\sigma, MPa$	$\tau_p, с$	$\tau_0, с$	$\delta, \%$	$\tau_0 + \Delta\tau_0, с$	$\tau_0 - \Delta\tau_0, с$
13,0	736	1215	39,4	1490	990
15,7	270	283	4,8	323	249
18,3	102	114	10,4	129	102
20,9	40	50	21,0	59	44
23,5	16	12	27,0	14	11

если в ней принять  $\tau = 10^{-5}$  час [6]. Тогда это уравнение принимает вид

$$\Pi_L = 15T \quad (17)$$

Расчетная величина параметра для 20° (293 К) составляет  $\Pi_p = 4395$  К. На параметрической прямой (рис. 4) ей соответствует напряжение  $\sigma = 48,0$  MPa. Из табл. 2 видно, что эта величина практически совпадает с  $\sigma_p$ . Можно предположить [6], что параметрическая кривая полистирола воспроизводится, если известна зависимость  $\sigma_p$  от температуры [6]. В этом случае для всех температур параметр Ларсона — Миллера рассчитывается по формуле (17), а полученный обобщенный график рекомендуется для прогнозирования длительной прочности.

Аналогичный результат можно получить нескользко проще. С этой целью продолжим график на рис. 4 до пересечения с ординатой. Эта точка определяет значение параметра  $\Pi_0 = 7600$  К, соответствующего нулевой прочности, т. е. где-то в области температуры плавления  $T_{пл}$ . Действительно, расчет по формуле (17) дает величину  $T_{пл} = \Pi_0 / 15 = 233^\circ$ , которая лишь на 8,4% отличается от экспериментально определенной  $T_{пл} = 215^\circ$ . В итоге для построения параметрического графика полистирола достаточно в координатах  $\sigma - \Pi$  провести прямую через две точки: (0,  $\Pi_0$ ) и ( $\sigma_p, \Pi_p$ ). Величины  $\Pi_0$  и  $\Pi_p$  вычисляют подстановкой в формулу (17) независимо определенной  $T_{пл}$ , а также  $T = 293$  К.

Научно-производственное объединение  
«Нефтехимавтоматика»

Поступила в редакцию  
11 VI 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М. Н. Бокшицкий, Заводск. лаб., 1971, № 2, 226.
2. Н. Ф. Лапшина, Кандидатская диссертация, Московский технологический ин-т мясомолочной пром-сти, 1973.
3. Л. М. Качанов, Основы механики разрушения, «Наука», 1974, стр. 311.
4. Ю. Г. Корабельников, Механика полимеров, 1971, № 4, 663.
5. М. Н. Бокшицкий, Механика полимеров, 1970, № 4, 654.
6. S. Goldfein, Modern Plastics, 1964, № 8, 149.

#### ON A METHOD OF FORECAST OF POLYMER DURABILITY

Bokshitskii M. N., Lapshina N. F.

#### Summary

An experimental verification of a method of long-duration strength forecast based on a phenomenological theory of dispersed damaging, has been adduced.