

ВЫСОКОМОЛЕКУЛЯРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Том (A) XV

1973

№ 10

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

УДК 541.64:539.3:534.8

МЕТОД ЧЕТВЕРЬВОЛНОВОГО ВИБРАТОРА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛИМЕРОВ В ЗВУКОВОМ ДИАПАЗОНЕ ЧАСТОТ

Л. М. Электрова, Ю. В. Зеленев

Обсуждаются особенности модифицированного метода «резонансные стержни», позволяющего изучать динамические свойства полимеров при разных температурах и частотах. Приводятся результаты измерения динамических характеристик саженаполненной резины на полуволновом и четвертьволновом вибраторе.

Изучение динамических механических свойств полимеров в широких температурно-частотных диапазонах позволяет получать важную информацию о характере их молекулярной подвижности. При этом особенно перспективными являются методы вынужденных резонансных и нерезонансных колебаний, позволяющие производить измерения в широком интервале температур и звуковом диапазоне частот.

Рассмотрим особенности устройства и принципа работы установки, в которой реализуется резонансный метод измерения комплексного модуля сдвига на совершающихся крутильных колебаниях стержней со свободными концами. Механическая часть установки состоит из набора закрепленных посередине цилиндрических стержней диаметром 12 мм, высота которых меняется от 5 до 100 см. Цилиндрические образцы исследуемого материала того же диаметра, приклеенные к алюминиевым дискам толщиной 1 мм, накладываются на верхние торцы стержней. Акустический контакт между диском и образцом обеспечивается наличием слоя касторового масла. Во избежание скольжения диск прижимается к стержню иглой, проходящей через отверстие в центре образца [1]. Крутильные колебания в стержнях возбуждаются кристаллами сегнетовой соли, приклешенными к краям нижних торцов. Резонансные частоты стержней f_0 связаны с высотами стержней l_0 соотношением $f_0 = 1/2l_0\sqrt{G_0/\rho_0}$ (где G_0 и ρ_0 – модуль сдвига и плотность материала стержня). Установка позволяет производить измерения на частотах $f = 1, 4, 6, 10, 15$ и 24 кгц . Зависимость выходного напряжения от частоты снимается с помощью кристаллов сегнетовой соли, приклешенных к боковым поверхностям стержней. Измеряемые величины и комплексный модуль сдвига связаны выражениями $G = \frac{2\pi^2\rho f_0^2 l^2}{N^2} \cos \phi$, $\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \phi$ (где ρ и l – плотность и высота (или толщина, длина)

образца, имеющего форму таблетки соответственно, а N и ϕ – постоянные).

Измерения комплексного G ряда полимерных материалов на этой установке позволяют оценить погрешности измерения и область применимости метода. Измерения G и $\operatorname{tg} \delta$ охватывают следующие диапазоны изменения этих величин: $0,7 \cdot 10^8 \leq G \leq 10^{10} \text{ дин}/\text{см}^2$; $0,05 \leq \operatorname{tg} \delta \leq 1,2$.

Наибольшая точность измерений на установке при прочих равных условиях достигается для l , близкой к четверти длины сдвиговой волны λ в материале. Поскольку λ зависит от определяемой в процессе измерения величины G , необходимо изготовлять наборы образцов, имеющих различную l , и после измерения выбирать те значения $|G|$ и $\operatorname{tg} \delta$, которые получены с наименьшей погрешностью измерений.

Верхняя граница частотного диапазона и нижняя граница по значениям G определяются требованиями близости l к величине $\lambda/4$, которая увеличивается с ростом G и убывает с ростом частоты. Опыт работы по изготовлению образцов показывает, что получение цилиндров из эластомеров высотой менее 1 мм вызывает значитель-

ные трудности. Считая 1 мм наименьшей практически реализуемой толщиной, можно записать ограничение по частоте сверху и модулю снизу в следующем виде:

$$\frac{1}{4f} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \geq 0,1 \text{ см}$$

Величины $\operatorname{tg} \delta$ могут быть измерены с помощью описываемой установки в диапазоне значений, верхняя граница которых лежит во всяком случае выше 1,2 (она определяется требуемой точностью эксперимента). С уменьшением значений $\operatorname{tg} \delta$ начинают сказываться собственные механические потери установки. Температурный диапазон работы установки ограничивается точками Кюри сегнетовой соли [2] $-18 \leq T \leq 24$. Для полной характеристики работы установки необходимо также определить систематическую погрешность, вносимую как приближениями, сделанными

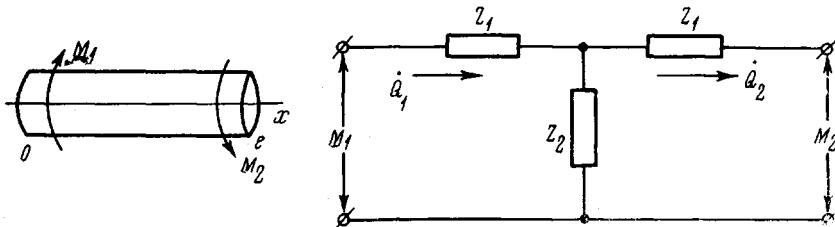


Рис. 1. Совершающие крутильные колебания стержни и его эквивалентная схема

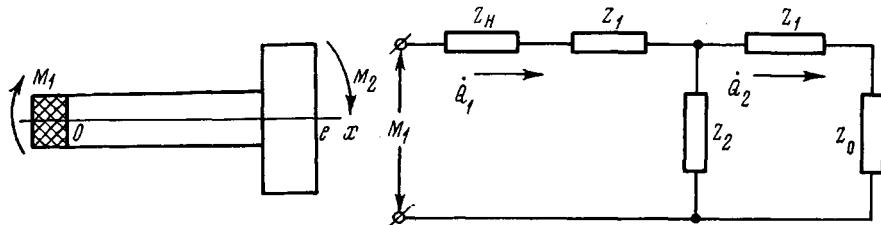


Рис. 2. Совершающие крутильные колебания стержни с диском и образцом исследуемого вязкоупругого материала и его эквивалентная схема

в теории метода, так и систематическими погрешностями, присущими аппаратуре. Наиболее прямым методом такой оценки является сравнение результатов измерений на рассматриваемой установке с результатами измерений, полученными другими методами.

При помещении на концы колеблющихся стержней дисков с моментом инерции, значительно превышающим момент инерции стержней, резонансная частота системы понижается в два раза, а каждый стержень из полуволнового превращается в четвертьволновый вибратор. Сначала рассмотрим случай крутильных колебаний стержня длиной l , к концам которого приложены крутящие моменты M_1 и M_2 (рис. 1). Дифференциальное уравнение вращательного движения такого стержня имеет вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{\rho \partial^2 \theta}{G \partial x^2}, \quad (1)$$

где θ — угол поворота поперечного сечения стержня относительно оси OX . Скорость распространения колебаний в стержне, следовательно, равна $c = \sqrt{G/\rho}$. Общее решение уравнения (1) будем искать в виде

$$\theta = (A \cos kx + B \sin kx) \exp(i\omega t), \quad (2)$$

где ω — круговая частота колебаний (множитель $\exp(i\omega t)$ в дальнейшем опускаем). Здесь $k = \omega/c$, а постоянные A и B определяются из граничных условий, задаваемых на концах стержня

$$A = \theta_1; \quad B = \frac{\theta_2 - \theta_1 \cos kl}{\sin kl}, \quad (3)$$

где θ_1 — угол поворота стержня при $x = 0$, а θ_2 при $x = l$.

С учетом выражения (2) получаем

$$M_1 = \rho c I \left(i\dot{\theta}_1 \operatorname{tg} \frac{kl}{2} + \frac{\theta_1 - \theta_2}{i \sin kl} \right) \quad M_2 = \rho c I \left(i\dot{\theta}_2 \operatorname{tg} \frac{kl}{2} + \frac{\theta_2 - \theta_1}{i \sin kl} \right), \quad (4)$$

где I – момент инерции сечения стержня, $\theta = i\omega\theta$ – амплитуда колебательной скорости сечения стержня. Соотношения (4) приводят к эквивалентной схеме в виде Т-образного звена (рис. 1). Механические сопротивления ветвей стержня Z_1 и Z_2 равны $i\rho cI \operatorname{tg} kl / 2$ и $-i\rho cI \sin kl$ соответственно.

Теперь рассмотрим крутильные колебания стержня, на один конец которого наложен диск с моментом инерции I_1 , а с другой нагружен образцом из вязкоупругого материала. По электроакустической аналогии эквивалентная схема такой механической системы может быть представлена в виде последовательно соединенного звена, изображенного на рис. 2. Здесь Z_m – механическое сопротивление образца из вязкоупругого материала, а $Z_0 = i\omega_0$, I_1 – механическое сопротивление диска, где ρ_1 – плотность материала диска.

Для входного механического сопротивления системы можно получить выражение вида

$$Z_{bx} = Z_m + Z_1 + \frac{(Z_1 + Z_0)Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_0} \quad (5)$$

При отсутствии нагрузки из вязкоупругого образца ($Z_m = 0$), учитывая, что $(Z_1 + Z_2)/Z_0 \ll 1$, из выражения (5) следует, что

$$Z_{bx} = Z_1 + Z_2 \left[1 - \frac{Z_2}{Z_0} \right] \quad (6)$$

или с учетом выражений (4) уравнение (6) можно записать в виде

$$Z_{bx} = -i\rho c \operatorname{ctg} kl - i\rho cI \frac{\alpha}{\sin^2 kl}, \quad (7)$$

где

$$\alpha = \frac{i\rho cI}{i\rho \omega I_1}.$$

Рассмотрим колебания стержня с диском вблизи резонанса ($Z_{bx} = 0$). Уравнение (7) может быть переписано в следующем виде:

$$\operatorname{ctg} kl + \frac{\alpha}{\sin^2 kl} = 0 \quad (8)$$

Решение этого уравнения ищем в виде

$$kl = \frac{\pi}{2} (2n-1) + \beta,$$

где $n=1, 2, 3, \dots$, а β – расстройка по частоте за счет конечности момента инерции диска. Подстановка выражения (8) в (7) приводит к соотношению

$$\operatorname{ctg} kl \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right) + \frac{\alpha}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right)^2} = 0 \quad (9)$$

или $\operatorname{tg} \beta - 2/\cos^2 \beta = 0$. Уравнение (9) имеет только один корень в вещественной области $\beta = -1/2 \arcsin 2\alpha$. Если рассматривать стержень без диска при отсутствии насадки из вязкоупругого материала, то получим

$$Z_{bx} = Z_1 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = i\rho \operatorname{ctg} kl \quad (10)$$

Вблизи резонанса уравнение (10) принимает вид

$$0 = i\rho \operatorname{ctg} kl,$$

а его решение может быть записано, как $kl = n\pi$, где $n=1, 2, \dots$.

Таким образом получили, что при наличии диска резонансная частота стержня длиной l понижается в два раза.

Теперь рассмотрим уравнение колебаний стержня с диском при нагружении его измеряемым образцом. Уравнение (5) с учетом выражения (7) вблизи резонанса ($Z_{bx} = 0$) можно представить в виде

$$0 = i\rho cI \operatorname{ctg} kl - i\rho cI \frac{\alpha}{\sin^2 kl} + Z_m \quad (11)$$

Его решение может быть записано следующим образом:

$$kl = \frac{\pi}{2} (2n-1) + \beta + \delta kl$$

Так как $k=\omega/c$, то $\delta kl=l/c\delta\omega$, где $\delta\omega$ – сдвиг резонансной частоты стержня за счет нагрузки. Из-за малости импеданса нагрузки по сравнению с импедансом стержня $l/c\delta\omega \ll 1$. Представим сдвиг резонансной частоты в комплексной форме

$$\delta\omega = \delta\omega_1 + i\delta\omega_2 \quad \text{или} \quad Z_m = R + ix,$$

где R и x – собственно активная и реактивная части механического сопротивления нагрузки. Введем следующие обозначения:

$$\delta\omega_1 = 2\pi\delta f, \quad \delta\omega_2 = \pi\Delta f,$$

где δf – сдвиг резонансной частоты стержня за счет нагрузки, а Δf – ширина резонансной кривой стержня, обусловленная нагрузкой. При этом уравнение (11) может быть записано в следующем виде:

$$R + ix + i\rho I/2\pi\delta f - \rho I l \pi \Delta f = 0,$$

откуда следует, что

$$\Delta f = R/\pi I, \quad \delta f = -x/2\pi, \quad (12)$$

где $I = \rho I l$ – полярный момент инерции стержня. Механическое сопротивление нагрузки может быть представлено также

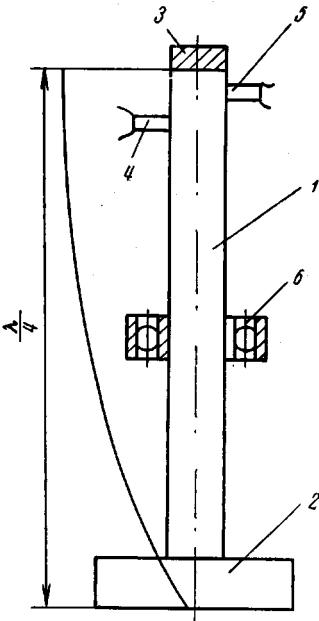


Рис. 3

Рис. 3. Схематическое изображение четвертьволнового вибратора с образцом из вязкоупругого материала:

1 – стержень, 2 – диск, 3 – полимерный образец, 4 – возвуждающий кристалл, 5 – приемный кристалл, 6 – подшипник качения

Рис. 4. Температурные зависимости $G(I)$ и тангенса угла механических потерь $\tan \delta$ (Π) для саженаполненной резины на основе каучука СКС-30:

I – измерения на полуволновом стержне длиной 40 см; II – на четвертьволновом стержне той же длины; III – измерения с помощью четвертьволнового вибратора длиной 22 см, частота 4 (1), 2,2 (2) и 4,1 кГц (3)

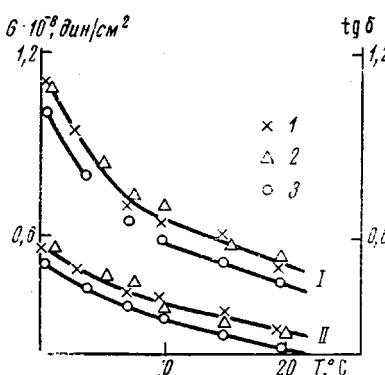


Рис. 4

в виде $Z_k = i\omega I_0 (I - i\theta)$. Здесь $I_0 = \rho_0 I_0 l_0$ – полярный момент инерции образца, являющегося для стержня нагрузкой, ρ_0 – плотность исследуемого материала, l_0 – толщина образца, а I_0 – момент инерции сечения образца.

Из уравнений (12) после соответствующих преобразований следует

$$Q = \Delta f / 2f I_0; \quad Y = \delta f / f I_0$$

Здесь величины Δf и δf определяются экспериментально, а Q и Y связаны следующим соотношением:

$$Y - iQ = \frac{\tan(Nl - i\psi/2)}{Nl - i\psi/2}$$

Графическое решение этого уравнения получено Гутиным [2]. Из графика по вычисленным значениям I и Q определяются величины N и ψ , затем находится

абсолютное значение модуля сдвига и тангенса угла механических потерь

$$|G| = \rho |c|^2 = \frac{\rho_0 \omega^2 l_0^2}{N^2}; \quad \eta = \operatorname{tg} \psi$$

Таким образом, насадка диска на стержень понижает резонансную частоту стержня, а формулы для определения G и η полностью совпадают с формулами Гутина, полученными им для случая колебаний стержня без диска.

Теперь вернемся к анализу решения уравнения (9) $\beta = 1/2 \arcsin 2\alpha$, в котором величина α связана с отношением моментов инерции диска и стержня. Если менять момент инерции диска, то можно добиться изменения резонансной частоты вибратора не более чем в два раза. Размеры диска должны выбираться из условия отсутствия в нем упругих волн, т. е. стержень с диском должны колебаться как единое целое. При этом радиус диска должен удовлетворять условию $r \ll \lambda_{изг}$, где $\lambda_{изг} = 970 \sqrt{h/f}$ (где h — толщина диска, а f — рабочая частота стержня с диском). Для толщины диска должно выполняться условие $h \ll \lambda_{сдв}$, где $\lambda_{сдв} = c/f$.

Четвертьволновый вибратор, используемый для измерения вязкоупругих параметров полимерных материалов, представляет собой металлический стержень круглого сечения с инерционной массой на конце в виде диска (рис. 3). Крутильные колебания в нем возбуждаются и принимаются с помощью кристаллов сегнетовой соли. Узел колебаний лежит на основе стержня в основании диска, поэтому в случае стержня с зажатым концом закрепить его можно только у основания диска. Для рассматриваемого случая с диском на конце необходимо обеспечить крепление, которое не нарушило бы граничных условий задачи. Крепление стержня с диском осуществляется с помощью подшипника качения, насаженного на стержень. При этом стержень остается свободным по отношению к крутящему моменту M и может легко поворачиваться относительно своей оси.

Таким образом, с использованием диска стержень из полуволнового превращается в четвертьволновый вибратор. Применение четвертьволнового вибратора в сочетании с полуволновым расширяет частотный диапазон измерений установки «резонансные стержни» [1]. Результаты изменений $\operatorname{tg} \delta$ одной и той же саженаполненной резины на четвертьволновом и полуволновом вибраторе представлены на рис. 4. Совпадения результатов в рассматриваемом диапазоне температур на частотах 2,2 и 4,1 кГц можно считать вполне удовлетворительными.

Московский государственный
педагогический институт
им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию
3 IV 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. О. И. Гроссман, Л. М. Электрова, Ю. В. Зеленев, Заводск. лаб., 35, 863, 1969.
2. И. И. Клюкин, А. Е. Колесников, Акустические измерения в судостроении, «Судостроение», 1966.

О МЕТОДАХ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОНЦЕНТРИРОВАННЫХ РАСТВОРОВ ПОЛИМЕРОВ В РОТАЦИОННЫХ ПРИБОРАХ С ЗАЗОРОМ КОНУС — ДИСК В СВЯЗИ С НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ ПОТОКА

А. А. Трапезников, Г. В. Федотов

Исследована неустойчивость потока растворов двух полизобутиленов и нафтената алюминия разных концентраций в эластовискозиметре с рабочей парой конус — диск. Неустойчивость регистрировалась по тангенциальному напряжению и визуально через прозрачные детали прибора. Показано, что в зависимости от молекулярного веса и концентрации полимера в растворе неустойчивость потока может сопровождаться или не сопровождаться деградацией полимера; при этом градиент скорости и сдвиговое напряжение, при которых появляется неустойчивость, в одних случаях близки к области наибольшей ньютоновской вязкости, в других — далеки от нее.

Для измерений реологических характеристик концентрированных растворов полимеров применяются ротационные приборы, среди которых широкое распространение получили приборы с рабочей парой конус — диск (вискозиметры, реогониометры). Конструктивные особенности приборов во многих случаях не позволяют наблюдать за потоком в зазоре конус — диск.

Неустойчивость потока полимерных систем впервые была описана при изучении